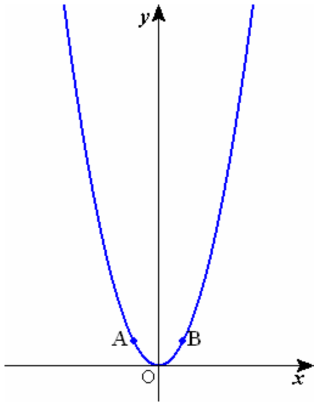
３年

２４　複合問題　～三平方の定理・関数～

学年		組		氏名	

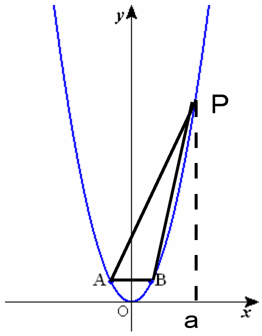


1　右の図において，関数 $y=\chi^2$ のグラフ上に点 A，B があります。A，B の χ 座標をそれぞれ－１，１とするとき，次の（１）～（３）の問に答えなさい。
　ただし，点 O は原点とします。（H11宮城県入試問題）

（１）点 A の座標を求めなさい。

$y=\chi^2$ に $\chi=-1$ を代入すると
$y=(-1)^2=1$
したがって，A(－１，１)

（－１，１）



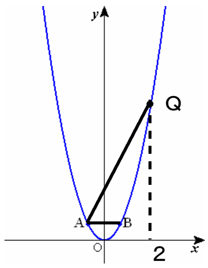
（２）関数 $y=\chi^2$ のグラフ上に点 P をとります。P の χ 座標を a とするとき，点 A，B，P を結んでできる△ABP の面積を a を用いて表しなさい。
　ただし，$a>1$ とします。

点Pの座標は，$y=\chi^2$ に $\chi=a$ を代入すると，
$y=a^2$　したがって，$P(a,\ a^2)$
△ＰＡＢはＡＢを底辺と見ると
底辺＝２，高さ＝ a^2-1 であるから
面積は，$2\times(a^2-1)\times\dfrac{1}{2}=a^2-1$

a^2-1

（３）関数 $y=\chi^2$ のグラフ上に点 Q をとります。Q の χ 座標を２とするとき，次の①，②の問に答えなさい。

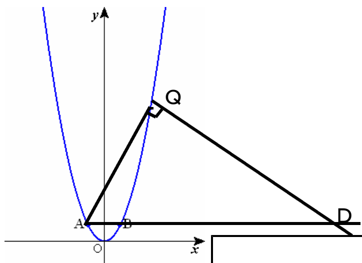
① ２点 A，Q の間の距離を求めなさい。



A(－１，１)，Q(２，４)であるから
$AQ=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(4-1)^2}$
$=\sqrt{9+9}$
$=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}$

②直線 AB 上に点 D をとります。このとき∠AQD ＝ 90°となるような D の座標を求めなさい。

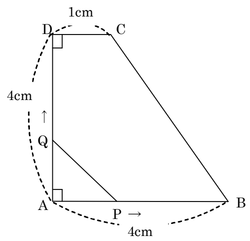


点Ｄの座標を（ｄ，１）とする。
$QD=\sqrt{(d-2)^2+(4-1)^2}$
$=\sqrt{d^2-4d+13}$
∠ＡＱＤ＝９０°となるには△ＡＱＤが直角三角形になるときである。
三平方の定理より，
$AQ^2+QD^2=AD^2$
$(3\sqrt{2})^2+(\sqrt{d^2-4d+13})^2=(d+1)^2$
$18+d^2-4d+13=d^2+2d+1$
$-6d=-30$
$d=5$
したがって点Ｄの座標は，Ｄ(５，１)

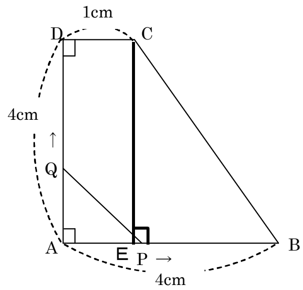
（５，１）

２　右の図のように AB ＝ AD=4cm，DC ＝ 1cm，∠ A ＝∠ D ＝ 90°の台形 ABCD があります。２つの点 P，Q が点 A を同時に出発し，点 P は辺 AB 上を点 B まで，点 Q は辺 AD，DC，CB 上を点 B まで動くものとします。２つの点 P，Q がともに毎秒 1cm の速さで動くとき，次の（１）（２）の問に答えなさい。

ただし，点 P，Q は点 B についたあと，そのまま止まっているものとします。（H12宮城県入試問題）



（１）点 Q が点 B に着くのは，点 A を出発してから何秒後ですか。



図のように点Ｃから B Ｃに垂線をひき，交点をＥとする。
△ＥＢＣは直角三角形より，三平方の定理からＢＣを求める。

$\text{ＢＣ}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$

したがって，ＡＤ＋ＤＣ＋ＣＢ＝４＋１＋５＝１０
点Ｑは毎秒１cmの速さであるから，１０秒後に到着する。

１０秒後

（２）２つの点 P，Q が点 A を出発してから χ 秒後の△ APQ の面積を y cm^2 とします。次の①～④の問に答えなさい。

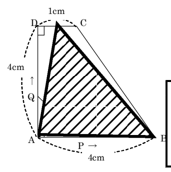
① Q が辺 AD 上を動くとき，y を χ の式で表しなさい。

ＱがＡＤ上にあるとき，ＰはＡＢ上にある。
このとき，△ＡＰＱは底辺ＡＰ，高さＡＱの直角三角形である。
ＡＰ＝ＡＱ＝χより

$y=\chi\times\chi\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\chi^2$

$y=\frac{1}{2}\chi^2$

②点 Q が辺 DC 上を動くとき，y の値を求めなさい。

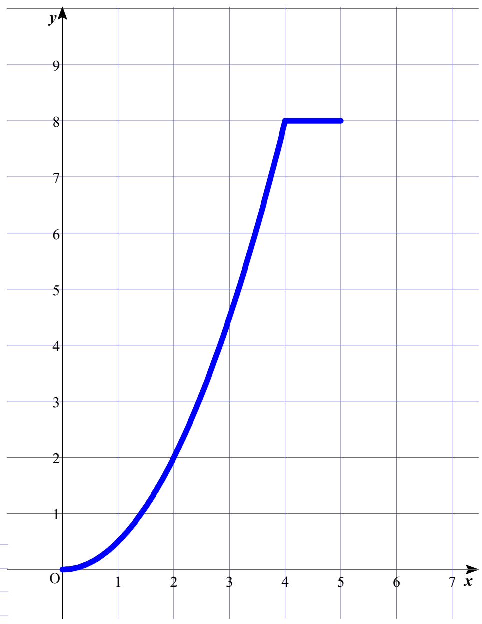


点ＱがＤＣ上にあるとき，点ＰはＢに到着して動かない。
△ＡＰＢは底辺４（ＡＢ），高さ４（ＡＤ）の三角形より

$y=4\times4\times\times\frac{1}{2}=8$

8

③ χ の変域が 0 ≦ χ ≦ 5 のときの χ と y の関係を表すグラフを書きなさい。



点ＱがＡＤ上にあるとき，つまり０≦χ≦４のとき

$y=\frac{1}{2}\chi^2$

点ＱがＤＣ上にあるとき，つまり４≦χ≦５のとき

y＝８

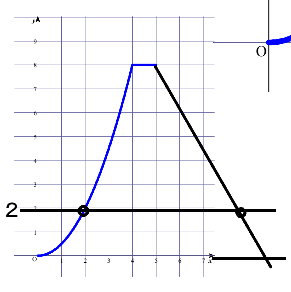
のグラフをかけばよい。

④ y の値が 2 となるのは，２つの点 P，Q が点 A を出発してから何秒後と何秒後ですか。

③のグラフにＱがＣＢ上にあるときのχとｙの関係を表すグラフをかき加えると，右のグラフのようになる。
ｙが２となるのは，２箇所にある。

アの式は，$y=\frac{1}{2}\chi^2$　イの式は(５，８)，(１０，０)の２点を通る直線より，$y=-\frac{8}{5}\chi+16$

それぞれにｙ＝２を代入すると，χ＝２，$\chi=\frac{35}{4}$



２秒後と$\frac{35}{4}$秒後