

問題11

青葉さんと広瀬さんが下のような会話をしています。 ※会話文省略

引き方によって、変わるのね。
4本の直線では、最大何か所に分けることができるのかしら・・・？



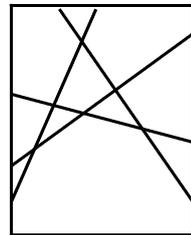
- 1 広瀬さんの疑問に対する答えを求めなさい。
- 2 4本の直線のうち、2本の直線だけが平行である場合、最大何か所に分けることができるか求めなさい。



もっと多くの直線・・・例えば12本の直線を引いたら、最大何か所に分けられるのかしら・・・？

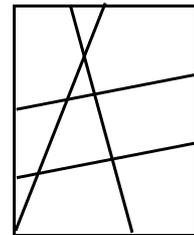
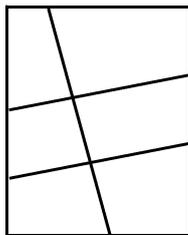
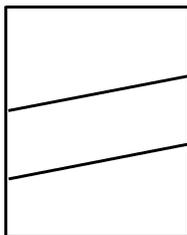
- 3 青葉さんの疑問に対する答えを求めなさい。
- 4 さらに倍の24本の直線を引きます。ただし、そのうち11本の直線だけが互いに平行です。このとき、最大何か所に分けることができるか求めなさい。

- 1 最大に分けるには、平行線が無いこと。さらに3本以上の直線が1点で交わらないこと。この2つが必要です。そうすると、右図のようになります。



(答え) 11か所

- 2
 - ① 2本だけ平行に引くと、それで3か所に分けられます。
 - ② そこに2本と交わるように1本引くと3か所の部分を通して6か所に分けられます。
 - ③ 最後の1本を3本の直線と交わるように引くと、4か所の部分を通して8か所にわけ、分けられない2か所とあわせて10か所となります。



(答え) 10か所

★ポイント★

この考え方を4を解くときに使います。

まず、できるだけ多く分けるには、2本以外に平行線がないこと。3本以上の直線が1点で交わらないことが基本なのは同じです。

- 2本の平行線 → 3か所に分けられる
- そこに1本（3本目）引く → 2本の直線と交わり、3か所を2等分するので6か所
- さらに1本（4本目）引く → 3本の直線と交わり、4か所の部分を分ける。 $4 \times 2 = 8$
分けられない部分。 $6 - 4 = 2$
- 分けられる数 → $8 + 2 = 10$ か所

3 12本実際に引いて考えてもOK。

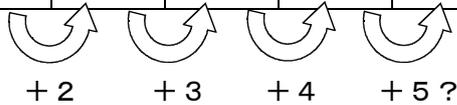
でも、うまく引けないこともあります。そこで、規則性を見つけてみましょう。

そのために、直線の本数と分けられる数を表にします。

直線の本数	1	2	3	4	5	6	12
分けられる	2	4	7	11		

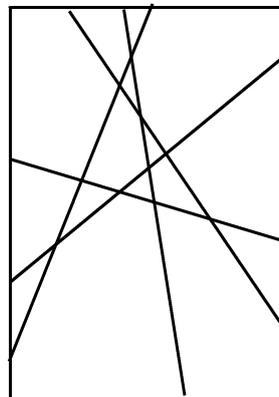
すると次のような規則性があるように予想できます。

直線の本数	1	2	3	4	5	6	12
分けられる数	2	4	7	11		



念のため、5本を引いて確かめてみます →

確かに16か所です。



この規則性から

直線の本数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分けられる数	2	4	7	11	16	22	29	37	46	56	67	79
		+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10	+11	+12

(答え) 79か所

<工夫>

直線の本数	1	2	3	4	5	ここまでで、	2本なら	$2 + 2 = 4$
分けられる数	2	4	7	11	16		3本なら	$2 + 2 + 3 = 7$
		+2	+3	+4	+5		4本なら	$2 + 2 + 3 + 4 = 11$
							5本なら	$2 + 2 + 3 + 4 + 5 = 16$

ということは

12本なら $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 79$

4 ★ポイント★を使って考えます。

1 1本の平行線 → 1 2か所に分けられる。

そこに1本（1 2本目）引く

→ 1 1本の直線と交わり，1 2か所を2等分するので2 4か所。

さらに1本（1 3本目）引く

→ 1 2本の直線と交わり，1 3か所の部分を分ける。 $1 3 \times 2 = 2 6$

分けられない部分。 $2 4 - 1 3 = 1 1$

分けられる数 → $2 6 + 1 1 = 3 7$ か所

ここからは同じことの繰り返しになります。

そこに1本（1 4本目）引く

→ 1 3本の直線と交わり，1 4か所を2等分するので2 8か所。

分けられない部分。 $3 7 - 1 4 = 2 3$

分けられる数 → $2 8 + 2 3 = 5 1$ か所

さらに1本（1 5本目）引く

→ 1 4本の直線と交わり，1 5か所の部分を分ける。 $1 5 \times 2 = 3 0$

分けられない部分。 $5 1 - 1 5 = 3 6$

分けられる数 → $3 0 + 3 6 = 6 6$ か所

同じことの繰り返し ということは 規則性があるということです。

表にしてみます。

本数	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	2 4
分ける数	1 2	2 4	3 7	5 1	6 6	

とうことは， $ア = +1 6$ ， $イ = +2 4$ ということになります。

したがって，2 4本で分けられるのは

$$1 2 + 1 2 + 1 3 + 1 4 + 1 5 + 1 6 + 1 7 + 1 8 + 1 9 + 2 0 + 2 1 + 2 2 + 2 3 + 2 4$$

$$= 1 2 + 3 6 \times \frac{1 3}{2} \quad \text{※工夫して計算}$$

$$= 2 4 6$$

(答え) 2 4 6か所

★おまけ★

実は，2の問題も同じ規則性です。

1本引く → 2か所に分ける

2本目を引く → 1本と交わり，2か所を2等分する。 $2 \times 2 = 4$ か所。

3本目を引く → 2本と交わり，3か所を2等分する。 $3 \times 2 + (4 - 3) = 7$ か所

4本目を引く → 3本と交わり，4か所を2等分する。 $4 \times 2 + (7 - 4) = 1 1$ か所

5本目を引く → 4本と交わり，5か所を2等分する。 $5 \times 2 + (1 1 - 5) = 1 6$ か所