

研究 主題	粘り強く学習に取り組み，よりよく問題を解決しようとする生徒の育成を目指して —数学科の授業における個別最適な学びと協働的な学びを往還させる指導の工夫を通して—
----------	--

第1学年数学科学習指導案

指導月日 令和4年10月20日
所属校名 宮城県泉松陵高等学校
氏名 菊地 寛

1 単元名「図形と計量」（実教出版 新編数学Ⅰ）

2 単元の目標

- (1) 鋭角の三角比の意味と相互関係について理解することができる。三角比を鈍角まで拡張する意義を理解し，鋭角の三角比の値を用いて鈍角の三角比の値を求める方法を理解することができる。正弦定理や余弦定理について三角形の決定条件や三平方の定理と関連付けて理解し，三角形の辺の長さや角の大きさなどを求めることができる。
- (2) 図形の構成要素間の関係を三角比を用いて表現するとともに，定理や公式として導くことができる。図形の構成要素間の関係に着目し，日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え，問題を解決したり，解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。
- (3) 事象を図形と計量の考えを用いて考察するよさを認識し，問題解決にそれらを活用しようとしたら，粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりする。問題解決の過程を振り返って考察を深めたり，評価・改善したりしようとする。

3 単元観

本単元は，学習指導要領の内容（2）「図形と計量」に示されているものである。図形と計量について，中学校第3学年では，相似な図形の性質を具体的な場面で活用する力や，三平方の定理を具体的な場面で活用する力などを養っている。

ここでは，正弦，余弦及び正接の意味，三角比の相互関係などを理解できるようにする。さらに，図形の構成要素間の関係を三角比を用いて表現し定理や公式を導く力，日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え，三角比を活用して問題を解決したりする力などを培う。正弦定理や余弦定理は，図形の計量の考察や処理に特に有用である。数学Ⅱにおいて，角の範囲を 180° より大きい角や負の角にまで拡張することも考慮しながら，まずは図形の計量を通して三角比の有用性を実感させていくことが大切である。

4 生徒の実態〔第1学年1組及び6組の混合クラス 38名〕

本単元の学習内容に関わるレディネステストの結果によると，相似な三角形の辺の長さを求める問題については多数の生徒が理解できていることが読み取れる。しかし，三平方の定理を適用させる問題については半数の生徒が正しい辺の長さを求めることができなかった。直角三角形の向きの変化により，斜辺を正しく捉えられなかったことが要因と考えられる。 30° や 45° などの特別な角を含む直角三角形の辺の長さの比についての正答率はそれぞれ47.2%，66.7%であり，特に 30° ， 60° の直角三角形については， $1:2:\sqrt{3}$ の辺の比のうち斜辺の長さの比を $\sqrt{3}$ として計算してしまう誤答が目立った。表面的に覚えた公式や定理を深く考えずに用いてしまう生徒が複数いるという実態が明らかになった。

実際の授業においては、条件や数量関係が複雑な問題に対して手が止まってしまう生徒や、計算結果などの結論が出た時点で考えることを止めてしまう生徒の姿が目立つ。解決の糸口を見いだすために試行錯誤するなど、粘り強く学習に取り組むことに課題があると言える。

・レディネステストの結果（令和4年8月26日実施，36名） ※ 図中の x ， y の値を求める問題

No.	1	2	3	4	5
問題	※$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$				
正答率	91.7 % (33 名)	75.0 % (27 名)	50.0 % (18 名)	47.2 % (17 名)	66.7 % (24 名)

5 指導観

本単元ではICTを効果的に活用し、生徒の多様な考えを引き出して学びを深めたり、試行錯誤しながら粘り強く問題の解決に取り組んだりさせることを目指す。三角比の導入に当たっては、直角三角形の辺の比と角の大きさとの間の関係として鋭角の正接，正弦，余弦を定義する。三角比における基本的な用語や記号の意味を確実に定着させるために、まずは鋭角の三角比について多面的に理解できるようにする必要がある。具体的には、三角比を辺の長さの比の値という定義どおりの捉え方にとどまらず、基準となる長さを1としたときの長さそのものとして捉えさせるなど、多様な視点からの見方や考え方を身に付けさせたい。その上で、日常の事象や社会の事象などを基にした具体的な問題場面の考察を通して三角比についての理解を深めさせるとともに、その有用性を実感させたい。

また、本単元ではレディネステストによって明らかになった三平方の定理の理解度や定着度などの生徒の実態を踏まえ、指導の順序を工夫する。具体的には、鈍角の三角比への拡張を取り扱う前に、鋭角三角形について余弦定理を導くための素地となる活動を取り入れる。直角三角形に限らない三角比の考え方の有用性を早期に実感させるとともに、鈍角の三角比への拡張を取り扱えるようにする。中学校内容の知識や技能の確実な定着を図りながら正弦定理や余弦定理などの定理や公式の本質的な理解を目指し、試行錯誤しながら粘り強く学習に取り組む姿勢を育成したい。

6 研究主題との関連

研究主題に迫るために、以下の手立てによって個別での学びと集団での学びを往還させる。ICTの効果的な活用によってこれらを一体的に充実させていくことで、粘り強く学習に取り組み、よりよく問題を解決しようとする生徒の育成を目指す。

(1) 試行錯誤を伴う粘り強い学習の実践

目的意識や問題を解決する必要感を持たせながら、意図的に試行錯誤させる学習場面を設定することで生徒の粘り強い学習を促し、多様な考えを引き出していく。それらの考えを全体に共有させることで協働的な学びへとつなげる。

(2) 多様な考え方の共有と論点の明確化

オンラインで視覚的に情報を共有できるデジタルホワイトボード等を効果的に活用し、生徒の多様な考えを共有することでよりよい問題解決のための協働的な学びを促す。考えを共有する際、その考え方の良さや根拠を明示させることで論点を明確にし、話し合いを活性化させる。話し合いでの生徒の気付きや興味・関心の深まりに応じ、別の考え方で問題を解き直させたり、問題の条件や数値を変化さ

せたりする。状況に応じた生徒への指導を工夫することで個別最適な学びへとつなげる。

7 単元の指導と評価の計画

(1) 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①鋭角の三角比の意味と相互関係について理解している。 ②三角比を鈍角まで拡張する意義を理解している。 ③鋭角の三角比の値を用いて鈍角の三角比の値を求める方法を理解している。 ④正弦定理や余弦定理について三角形の決定条件や三平方の定理と関連付けて理解している。 ⑤正弦定理や余弦定理などを用いて三角形の辺の長さや角の大きさなどを求めることができる。	①図形の構成要素間の関係を三角比を用いて表現し、定理や公式として導くことができる。 ②図形の構成要素間の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。	①事象を図形と計量の考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。 ②問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

(2) 単元の全体計画（19 時間扱い 本時 6 / 19）

三角比（11 時間）、三角比と図形の計量（8 時間）のうち、三角比 11 時間分の計画を示す。

時	主たる学習活動	評価規準 ★記録に残す評価	評価方法
1	直角三角形の二つの辺の比の値に着目して三角比を定義し、その用語や記号の意味について知る。	$\sin A$ や $\cos A$ などの表記について理解し、これらを適切に用いることができる。【知技①】	行動観察
2	三角比の表を用いて、三角比の値を求めたり、三角比の値から角の大きさを求めたりする。	三角比の表を用いて、三角比の値を求めたり、三角比の値から角の大きさを求めたりすることができる。【知技①】	行動観察
3	三角比の考えを用いて、標高差や木の高さなどを求めるような、平面図形を基にした測量問題を解く。	直角三角形の辺の位置関係を基にして、適切な三角比を用いて問題の解決に必要な辺の長さを求めることができる。【知技①】	行動観察、ノート等の記述分析
4	一つの三角比の値から他の三角比の値を求めることを通して、三角比の相互関係を見いだす。	直角三角形の性質を基にして三角比の相互関係について考察し、公式として表現することができる。【思判表①】	行動観察
5	角度 A と $90^\circ - A$ の三角比の関係を見いだし、与えられた鋭角の三角比を 45° 以下の角の三角比で表す。	角度 A と $90^\circ - A$ の三角比の関係について理解し、与えられた鋭角の三角比を 45° 以下の角の三角比で表すことができる。【思判表①】	行動観察
6 本 時	鋭角三角形について、三角形の辺と角の間に成り立つ関係を調べ、それを図や式を用いて表現する。	鋭角三角形について、三角形の辺と角の間に成り立つ関係を図や式を用いて適切に表現することができる。【思判表①】	行動観察、ノート等の記述分析
7	鋭角の三角比の考え方を基にして鈍角の三角比について考察し、座標を用いた三角比の定義がこれまでの直角三角形を用いた定義の拡張になっていることを理解する。	三角比を鈍角まで拡張する意義を理解するとともに、座標を用いた三角比の定義について理解している。【知技②】	行動観察、ノート等の記述分析
8	単位円を基にして三角比の値を座標平面上の点の座標として捉え、角度 θ と $180^\circ - \theta$ の三角比の関係を見いだす。	角度 θ と $180^\circ - \theta$ の三角比の関係について理解し、与えられた鈍角の三角比を鋭角の三角比で表すことができる。【思判表①】	行動観察
9	単位円を用いて、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ における三角比の値から角の大きさを求める。	単位円を用いて、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ における三角比の値から角の大きさを求めることができる。【知技③】	行動観察、ノート等の記述分析

10	三角比の相互関係が鈍角においても成り立つことを確認し、一つの三角比の値から他の三角比の値を求める。振り返りシートへの記入を行い、これまでの学習の振り返りを行う。	三角比の相互関係を用いて、一つの三角比の値から他の三角比の値を求めることができる。【知技③】 振り返りシートへの記入を通してこれまでの学習の成果と課題を振り返り、今後の見通しを持って学習を進めようとしている。【態度①②】★	行動観察, 振り返りシートの分析
11	これまでに学習した内容について的小テストに取り組み、学習内容がどの程度身に付いているかを自己評価する。	これまでに学習した内容がどの程度身に付いているかを自己評価することができる。【知技①②③思判表①】★	小テスト

8 本時の計画

(1) 目標

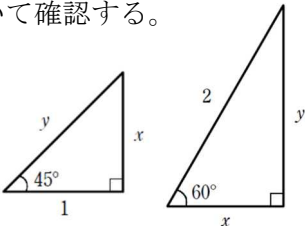
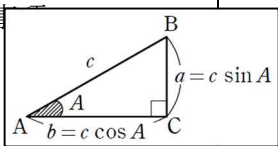
鋭角三角形について、三角形の辺と角の間に成り立つ関係を図や式を用いて適切に表現することができる。

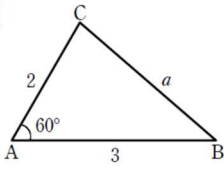
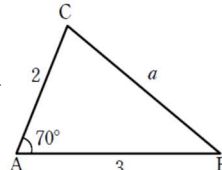
(2) 本時の指導に当たって

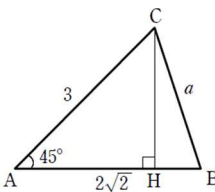
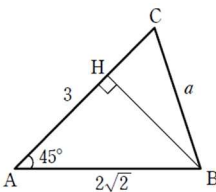
本時では鋭角三角形について、既習事項を基にして三角形の辺と角の間に成り立つ関係を調べ、図や式を用いてその関係を表現する。直角三角形でない三角形に対しても補助線を引くことで直角三角形を見だし、三角比の考え方を利用できるように気付かせたい。

導入場面では、三角比の定義や三平方の定理などの既習事項を再確認した上で、 $A = 60^\circ$ を挟む二辺の長さが与えられた鋭角三角形の残りの辺の長さを求めさせる。展開場面では A の大きさによらずに残りの辺の長さを求めることができそうだという見通しを持たせ、 $A = 70^\circ$ のときの残りの辺の長さの求め方について試行錯誤しながら粘り強く考えさせる。目的意識や問題を解決する必要感を十分に持たせた上で活動に取り組ませることで生徒の多様な考えを引き出したい。また、考えを共有する場面においては、生徒の反応や気付きを基に、教師からの問い返しを積極的に行いながら論点を明確にしていきたい。理解が進んでいる生徒に対しては、文字を用いて三角形の辺と角の間に成り立つ関係をより一般的に捉えさせ、余弦定理の導出につなげたい。

(3) 指導過程

段階	学習活動	形態	指導上の留意点	評価
	○主な発問・指示 ◆予想される生徒の反応			
導入 5分	1 三角比の定義や三平方の定理などの既習事項を復習し、直角三角形を基にした図形の見方や考え方について確認する。 ○次の直角三角形の x, y の値を求めましょう。  ◆$1:1:\sqrt{2}$ や $1:2:\sqrt{3}$ の比を使えば分かる。 ◆正方形や正三角形の半分と考えればよい。 2 ワークシートを配布して本時の学習課題を提示し、学習の見通しを持たせる。 三角比を用いて、三角形の辺と角の間に成り立つ関係を調べてみよう。	一斉 3分 一斉 2分	◎図をスクリーンに投影しながら教師主導で効率よく既習事項を確認し、学習に向かう流れをつくる。[ICT活用] ◎特に鋭角の1つが60°の直角三角形について、$y = 2 \sin 60^\circ$, $x = 2 \cos 60^\circ$ と表せることを確認し、右図の既習事項との関連を明示して展開につなげる。  ◎既習事項を復習することによって、直角三角形を基にして考えることが本時の学習課題を考える上で大切なことを伝えておく。	

展開 40 分	3 次の三角形 ABC の a の値の求め方について考察する。【問題 1】 ○既習事項を基にして a の値の求め方を考えてみましょう。  ◆補助線を引いて 2 つの直角三角形に分けて考えればよい。 ◆a を含む直角三角形をつくり、三平方の定理を用いればよい。 4 a の値の求め方をペアで話し合っ確認し、考え方の要点を全体で共有する。 ○隣の人とペアになり、a の値の求め方や考え方を互いに確認し合ひましょう。 ◆補助線を引いて直角三角形をつくれれば、a の値を求めるために必要な辺の長さが分かる。 ◆右側の直角三角形に対して三平方の定理を用いれば、a の値を求めることができる。 ○与えられた角が 60° でない場合にも、a の値を求めることができるでしょうか。 5 $A = 70^\circ$ としたときの三角形 ABC について、$A = 60^\circ$ のときの考え方を基にして a の値の求め方を考察する。【問題 2】 ○$A = 70^\circ$ としたときの場合についても同様に考えて a の値の求め方を考えてみましょう。  ◆70° だと辺の長さの比が分からない。 ◆三角比の表より、$\sin 70^\circ = 0.9397$、$\cos 70^\circ = 0.3420$ を代入して計算すればよい。 6 $A = 70^\circ$ としたときの a の値の求め方について、4 人程度の小グループで話し合う。 ○小グループをつかって話し合いながら a の値の求め方や考え方をワークシートにまとめ、写真を撮って全体に共有しましょう。 ◆$\sin 70^\circ$ と $\cos 70^\circ$ の値を三角比の表から読み取れば、$A = 60^\circ$ のときと同様に a の値を求めることができる。 ◆$2 \sin 70^\circ = 1.8794$、$2 \cos 70^\circ = 0.6840$ であり、$3 - 0.6840 = 2.3160$ であるから、三平方の定理より $a \approx 2.98$ である。 ◆四捨五入して計算すると a の値は 3 である。 7 全体に共有された考えを基に、a の値を求めるための式について、三角比を用いた簡潔な表し方を確認する。 ○a の値を求めるための式を、三角比を用いてできるだけ簡潔な形で表してみましょう。 ◆三角比の相互関係を用いれば、a の値を求めるための式を $\cos 70^\circ$ だけを用いて表すこ	個別 5 分 ペア 5 分 個別 8 分 小グループ 8 分 一斉 7 分	【試行錯誤させる場面の設定 1】 ◎手が止まっている生徒に対しては、直角三角形を基にして考えてみるように伝え、そのためには補助線が必要であることに気付かせる。 ◎必要に応じて、30°、60° の直角三角形の辺の比や三平方の定理について確認させる。 【考えを共有する場面の設定 1】 ◎補助線の引き方などの生徒の考えを取り上げ、タブレット端末で写真を撮るなどして全体に共有する。[ICT活用] ◎必要に応じて教師からの問い返しを行い、ペアでの話合いの論点を明確にさせる。 【試行錯誤させる場面の設定 2】 ◎手が止まっている生徒に対しては、$A = 60^\circ$ のときと同様に補助線を引いて考えさせる。また、三角比の定義や三角比の表の存在などを確認させる。 ◎必要に応じて小数第 2 位を四捨五入させたり、タブレット端末の電卓機能を用いて計算させたりする。[ICT活用] 【考えを共有する場面の設定 2】 ◎話合いによって考えを共有させることで新たな気付きを促し、その成果を協働しながらワークシートにまとめさせる。 ◎ワークシートの写真はデジタルホワイトボードを用いて全体に共有する。話合いが滞っているグループには、共有された他のグループの考え方を参考にさせる。[ICT活用] ◎相互関係を用いることで、a^2 の値を $\cos 70^\circ$ だけを用いて表せることを確認させる。 ◎$a^2 = 13 - 12 \cos 70^\circ$ を導出する過程は計算が煩雑なためスクリーン上で一括して提示し、計算の流れを確認することや式の意味を読み取ることに集中させ	【 思 判 表 ① 】 行 動 観 察
------------------------	---	--	---	--

	とができる。 ○ $a^2 = 13 - 12 \cos 70^\circ$ となり、$\cos 70^\circ$ の値が分かれば a の値を求めることができます。 また、$a^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 70^\circ$ と見ると、a の値を与えられた辺と角だけで表現できることが分かります。 8 学習のまとめを行う。 直角三角形でない三角形についても、三角比を用いて辺と角の間に成り立つ関係を表すことができる。 9 練習問題に取り組む。 ○ $b = 3$, $c = 2\sqrt{2}$, $A = 45^\circ$ である三角形 ABC について、a の値を求めましょう。 ◆ $a^2 = 3^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} \cos 45^\circ$ として計算する（余弦定理）。 ◆ 頂点 C から辺 AB に垂線を引いて考える。 ◆ 頂点 B から辺 AC に垂線を引いて考える。  	一斉 2分 個別 5分	る。[ICT活用] ◎理解が進んでいる生徒に対しては、文字を用いて三角形の辺と角の間に成り立つ関係をより一般的に捉えさせ、次時以降の余弦定理の導出につなげる。 ◎生徒一人一人の理解度や興味・関心に応じて、自分に合った考え方や複数の考え方を用いて解いてみることを伝える。 (個別最適な学びの視点からの手立て) ◎補助線を引いて考える場合、頂点 C からではなく頂点 B から垂線を引いた方が簡潔に計算できる。頂点 B から垂線を引いて考えようとしている生徒がいた場合、その考え方を積極的に取り上げて全体で比較させる。	【思判表①】 記述分析
終末 5分	10 本時の成果や課題を振り返り、次回の学習内容への見通しを持たせる。 ○振り返りコメントを記入しましょう。	一斉 5分	◎振り返りコメントの入力はWeb上のフォームから行う。その際、振り返りの視点を明示して成果や課題を具体的な言葉で振り返らせる。[ICT活用]	

(4) 本時の評価

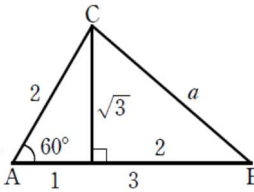
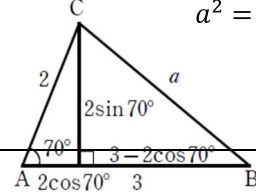
評価の観点	評価規準	十分満足できる(A)	努力を要する生徒(C)への手立て
思考・判断・表現	鋭角三角形について、三角形の辺と角の間に成り立つ関係を図や式を用いて適切に表現することができる。	鋭角三角形について、三角形の辺と角の間に成り立つ関係を図や式を用いて適切に表現し、辺の長さを求めることができる。	直角三角形を基にして辺と角の間に成り立つ関係を考えてみるように伝え、そのためには補助線が必要であることに気付かせる。 必要に応じて、三角比の定義や三平方の定理について確認させる。

(5) 準備物

①教師：情報端末（タブレット端末）、スクリーン、教科書、ワークシート（別紙）

②生徒：情報端末（タブレット端末）、教科書、ノート

(6) 板書計画

三角比を用いて、三角形の辺と角の間に成り立つ関係を調べてみよう。 【問題1】 $A = 60^\circ$  【問題2】 $A = 70^\circ$ $a^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 70^\circ$ a の値を、与えられた辺と角だけで表すことができ 	スクリーン
---	--------------

$$\begin{aligned}a^2 &= \sqrt{3}^2 + 2^2 \\&= 7 \\a &= \sqrt{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a^2 &= (2 \sin 70^\circ)^2 + (3 - 2 \cos 70^\circ)^2 \\&\doteq (2 \times 0.9)^2 + (3 - 2 \times 0.3)^2 \\&= 1.8^2 + 2.4^2 = 3.24 + 5.76 = 9 \quad a \doteq 3\end{aligned}$$

※授業進行上の指示事項や共有された生徒の考え，学習のまとめなどはスクリーン上に投影する。

(別紙)

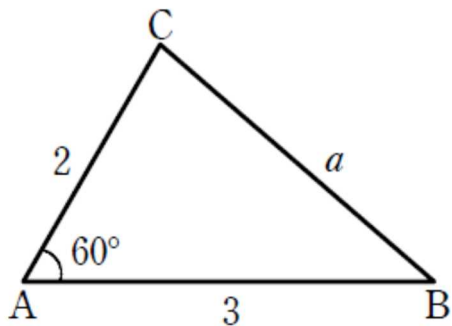
数学 I 三角比 ワークシート ____組 ____番 氏名_____

【本日の学習課題】

三角比を用いて、三角形の辺と角の間に成り立つ関係を調べてみよう。

【問題 1】

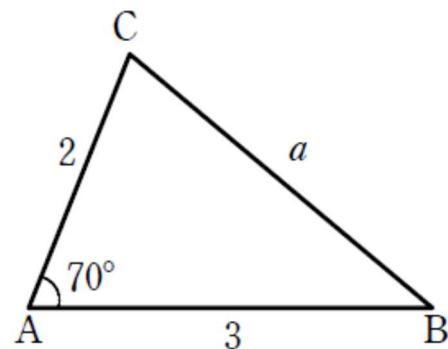
$A = 60^\circ$ である次の三角形 ABC について、 a の値を求めましょう。



【問題 2】の写真を撮り、デジタルホワイトボード上で共有しましょう。

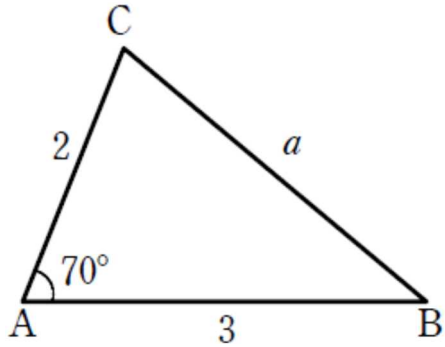
【問題 2】

$A = 70^\circ$ である次の三角形 ABC について、 a の値を求めましょう。



【ノート】 a の値の求めるための式についてまとめておきましょう。

$A = 70^\circ$ である次の三角形 ABC について、 a の値を求めましょう。



【まとめ】

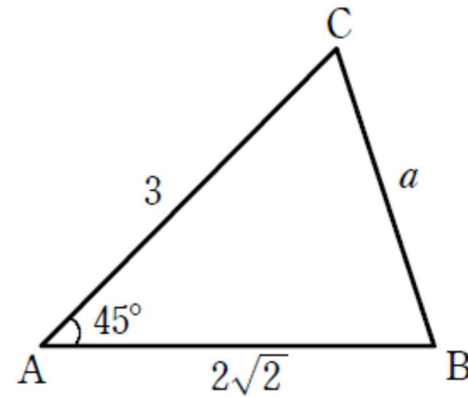


についても、三角比を用いて

辺と角の間に成り立つ関係を表すことができる。

【練習問題】

$b = 3$, $c = 2\sqrt{2}$, $A = 45^\circ$ である三角形 ABC について、 a の値を求めましょう。



★振り返りコメントを記入しましょう！

右の二次元コードから入力フォームにアクセスしましょう。

【**振り返りの視点**】を意識しながら
できるだけ【**具体的な言葉**】で【**成果と課題**】を
振り返ることで，次の学習につながります。

