

研究 主題	根拠を明確にしながら自分の考えを数学的に表現できる生徒を育成する授業を目指して —数学的な見方・考え方を働かせる発問の工夫を通して—
----------	---

### 第3学年数学科学習指導案

指導月日 令和2年10月5日

所属校名 大崎市立鹿島台中学校

氏名 宮川 瑞基

#### 1 単元名「関数 $y = ax^2$ 」(東京書籍 新編新しい数学3)

#### 2 単元の目標

具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について理解するとともに、見いだした関数関係を数学的に表現し考察する能力を伸ばす。

#### 3 単元観

本単元は中学校学習指導要領(平成20年告示)数学、第3学年の内容C(1)を受けて設定したものである。生徒は小学校第3学年までに数量の測定の仕方を習得したり、数量の関係を□を用いた式で表したり、式と図を関連付けたりしている。さらに、それらの学習を素地として、小学校第4学年では伴って変わる2つの数量について、数量やその関係を言葉、数、式、図、表、グラフなどに表したり調べたりすることを学習し、小学校第5、6学年では比例の関係について表、式、グラフを用いてその特徴を調べたり、その関係を用いて問題を解決したりするとともに、反比例の関係について学習している。

中学校第1学年では比例、反比例を学習し、第2学年では一次関数を学習している。いずれにおいても、小学校での学習と同様に、関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフと相互に関連付けながら考察する力を高めてきている。

中学校第3学年では、これらの学習の上に立って、具体的な事象における2つの数量の変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について考察する。その際、これまでの学習と同様に表、式、グラフを関連付けながら、グラフの特徴や、変化の割合についての理解を深めていく。また、これらの学習を通して、既習の関数関係で表すことができない場合についても、関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察できるようにする。

上記の内容に関して新学習指導要領(平成29年告示)の趣旨を踏まえ、生徒が数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を充実させるとともに、主体的・対話的で深い学びが実現していくよう留意する。また、本単元は新たな関数の学習において関数の概念の広がりを実感させ、後の学習の素地とすることが求められる。これらのことを踏まえて、関数関係についてより一層理解を深めさせるとともに、身の回りの事象を関数関係として捉えようとしたり、関数関係をその考察に生かそうとしたりする態度を養えるよう指導に当たる。

#### 4 生徒の実態 [第3学年1組29名]

授業に意欲的に取り組み、教師の発問や問い掛けに対して真剣に考えようとする様子が見られる。また、授業中に発言しない生徒も熱心に計算問題に取り組む傾向があり、学級全体として数学への学習意欲は高い。関数領域の学習において、「グラフの傾きが $-3$ で点 $(1, 1)$ を通る1次関数を求めなさい」という問題は7割程度の生徒が解くことができるが、文章を読み取り、その中から必要な情報を見いだして式を立てたり、座標を求めたりする問題は4割の生徒しかできなかった。これらのことから、見方・考え方を働かせて必要な情報を見いだすことに課題があると考えられる。

## 5 指導観

本単元では、これまでの関数の学習と同様に、伴って変化する2つの数量の関係を表、式、グラフを相互に関連付けて考察できるようにすることが大切である。また、表、式、グラフで形式的に処理するのではなく、日常生活や社会の中の具体的な事象の中で活用できるように指導することも大切である。考察する力を伸ばすためには、数学的な表現を用いながら他者に説明する場面を意図的に設けることが必要であると考え。そのため、表、式、グラフのどれに着目して考えたのか、何を根拠にそのように判断したのかを説明し、自分の考えを他者と比較することで、自身の考察を深められるようにしていきたい。また、基本的な計算技能が身に付いていないと考えられる生徒が3割程度いたり、文章から条件を読み取ることに苦手意識を感じたりしている生徒が半数程度いることを踏まえて、適宜既習事項の復習を取り入れながら授業を進めていきたい。

これらのことを踏まえ、本単元の指導では、以下の4点に留意しながら指導に当たる。

- ① どの数量に着目して関数関係を見いだしているのか明確にするため、着目した部分を□で囲み、 $x, y$ と明記させる。
- ② 計算技能が定着していない生徒も計算できるようにするため、問題演習に必要な既習事項を生徒の言葉を基に確認する。
- ③ 自分の考えを説明する場面を設けるとともに、何を説明させるのか授業者が明確にし、どのようなことを説明すればよいのかが生徒にも分かるように発問を工夫する。
- ④ 自他の考えを比較して考察できるようにするため、比較する際には自分の考えと同じ部分は何か、自分の考えになかった部分は何かを意識して話を聞くように指示する。

## 6 研究主題との関連

I期の授業実践から、以下の3点が主な課題として残った。

- ① なぜそうなったのか根拠を考えさせる発問を精査すること。
  - ② 一部の生徒の発言で授業を進めるのではなく、全員で思考を深められるように生徒の言葉をつなぐこと。
  - ③ 自分の考えを表現できるようにするために、思考時間や表現する時間を十分に確保すること。
- これらの課題を踏まえ、II期では以下の視点で手立てを改善する。

- ① 生徒にどのような説明をさせるのかという正答の条件を更に明確化した上で、なぜそうなるかという根拠を考えさせる発問を工夫する。
- ② 考えをどのように表現するのかというモデルを提示することで、生徒が自分の考えを表現しやすくなるようにする。
- ③ 生徒の活動の時間を確保するとともに、自分の考えを表現する場面を設定する。

## 7 単元の指導と評価の計画（13時間扱い 本時12/13）

### 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形についての知識・理解
様々な事象を関数 $y = ax^2$ として捉えたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	関数 $y = ax^2$ についての基礎的・基本的な知識や技能を活用して、論理的に考察し、表現するなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	関数 $y = ax^2$ の関係などを表、式、グラフを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりするなどの技能を身に付けている。	事象の中には関数 $y = ax^2$ などとして捉えられるものがあること、関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフの関連などを理解し、知識を身に付けている。

時	目標	学習活動	評価規準
1	具体的な事象の中の2つの数量の間の関係を調べ、未習の関数の関係があることを理解する。	ジェットコースターでは、進んだ距離が時間にもなってどのように変化するか調べる。	知 比例や反比例、1次関数ではない関数があることを理解している。
2	関数 $y = ax^2$ の意味を理解し、その関係を式に表すことができる。	<ul style="list-style-type: none"> <li>関数<math>y = ax^2</math>の意味を知る。</li> <li>事象を式で表し、<math>y</math>が<math>x</math>の2乗に比例するかどうかを調べる。</li> <li>1組の<math>x, y</math>の値から、<math>y = ax^2</math>の式を求める。</li> </ul>	技 関数 $y = ax^2$ の関係を式に表すことができる。 知 関数 $y = ax^2$ の意味を理解している。
3	関数 $y = x^2$ のグラフの特徴を理解する。	$y = x^2$ を満たす $x, y$ の組を座標とする点を細かく取り、 $y = x^2$ のグラフの形や特徴を調べる。	知 $y = x^2$ のグラフの特徴を理解している。
4	$y = x^2$ と $y = 2x^2$ のグラフの関係や、 $y = 2x^2$ と $y = -2x^2$ のグラフの関係を理解する。	$y = x^2$ のグラフを基に、 $y = 2x^2$ のグラフを書いたり、その特徴を調べたりする。また、 $y = 2x^2$ のグラフを基に、 $y = -2x^2$ のグラフを書いたり、その特徴を調べたりする。	知 $y = x^2$ と $y = 2x^2$ や、 $y = 2x^2$ と $y = -2x^2$ について、グラフの特徴を相互に関連付けて理解している。
5	関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴を理解する。	$a$ の値をいろいろにとり、 $y = ax^2$ のグラフの特徴をまとめる。	技 関数 $y = ax^2$ のグラフをかくことができる。 知 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴を理解している。
6	関数 $y = ax^2$ の値の変化の特徴を理解し、 $x$ の変域に対応する $y$ の変域を求めることができる。	<ul style="list-style-type: none"> <li>表やグラフを基に、<math>x</math>の値が増加するときの<math>y</math>の値の変化を調べる。</li> <li><math>x</math>の変域に対応する<math>y</math>の変域を求める。</li> </ul>	技 $x$ の変域に対応する $y$ の変域を求めることができる。
7	関数 $y = ax^2$ の変化の割合の特徴を理解し、変化の割合を求めることができる。	1次関数と比較しながら、関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求める。	技 関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求めることができる。
8	具体的な事象において、変化の割合が何を表すか考えることができる。 (基本の問題を解くことができる)	<ul style="list-style-type: none"> <li>ジェットコースターの平均の速さを求める。</li> <li>基本の問題を解く。</li> </ul>	考 具体的な事象において、変化の割合の意味を考えることができる。
9	身のまわりの問題を関数 $y = ax^2$ を用いて解決することができる。	自転車の制動距離を例に、安全に走行するには前の車両とどのくらい距離をあければよいか考える。	考 具体的な事象を関数 $y = ax^2$ として捉え問題を解決することができる。
10	身のまわりの問題を関数 $y = ax^2$ のグラフを用いて解決することができる。	具体的な事象をグラフに表し、グラフを読み取り問題を解決する。	考 具体的な事象を関数 $y = ax^2$ として捉え、グラフを活用して問題を解決することができる。
11	これまでの学習事項を活用し、動点の問題を解くことができる。(章の問題)	章の問題を解く。	関 関数 $y = ax^2$ を活用して、意欲的に問題を解決しようとしている。
12 本時	<ul style="list-style-type: none"> <li>身のまわりから関数を見だし、その変化や対応の様子を捉えることができる。</li> <li>具体的な事象において、関数関係にある数量を見いだそうとしている。</li> </ul>	身のまわりから関数関係を見だし、問題を解決するとともに、その関数が既習の関数関係かどうか判断する。	後述
13	身のまわりにいろいろな関数があることを理解し、その変化の様子や対応の様子を捉えて、問題を解決することができる。	離散的な関数のグラフを用いて問題を解決する。	考 身のまわりの事象を関数関係として捉え、問題を解決することができる。

## 8 本時の計画

### (1) 目標

- ① 身のまわりから関数を見だし、その変化や対応の様子を既習の関数と比較して考察する。(数学的な見方や考え方)
- ② 具体的な事象において、関数関係にある数量を見いだそうとしている。(数学への関心・意欲・態度)

### (2) 本時の指導に当たって

本時は「紙を何回切って重ねたら、校舎の高さを超えるか」という生徒にとって身近にある事象を取

り上げ、その変化と対応の様子を捉え、既習の式では表すことができない関数の関係であることに気付く、既習の関数と比較して考察することを目標としている。この問題は、具体的なイメージが持ちやすく、クイズ感覚で予想を立てることもできるため、数学が苦手な生徒にも取り組みやすい問題である。また、予想と結果のずれによっても生徒の興味を引き出すことができると考える。さらに、結果を求めるために、表を作り数量の関係の特徴を捉えるという既習事項を生かしながら取り組むことができる。

本時の学習では「紙を切った回数と紙の厚さの関係に着目する」という数学的な見方と、「それらの関係を表を使って考察し、論理的に問題を解決する」という数学的な考え方を働かせる。これらの数学的な見方・考え方を働かせ、事象を考察し自分の考えを数学的に表現できるようにするため、以下の場面で次のように発問する。

- ① 問題の条件を整理する場面 「この問題を解決するために、どのような条件が必要ですか。」
- ② 問題の見通しを持つ場面 「紙を切った回数と、紙の厚さにはどのような関係がありますか。」
- ③ 自分の考えを表現する場面 「今回考えた関数は、1次関数ですか、関数 $y = ax^2$ ですか、それとも、そのどちらでもないでしょうか。」

(3) 指導過程

段階	学習活動 ○主な発問及び指示 ・予想される生徒の反応	学習 形態	□指導上の留意点 ◆配慮を要する生徒への手立て	評価 方法
導入 7分	<p>1 本時の問題に出会う。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>問題</b></p> <p>1枚の紙を2等分に切り、切ってできた紙を重ねて、また2等分にします。この作業を繰り返すとき、重ねた紙の厚さが校舎の高さを超えるのは、紙を何回切ったときでしょうか。</p> </div> <p>2 問題解決のために問題に含まれる条件を整理する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>問題の条件を整理する場面</b></p> <p>○この問題を解決するために、どのような条件が必要ですか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・紙1枚の厚さが必要だ。</li> <li>・校舎の高さが必要だ。</li> </ul> </div>	一斉     個人 ↓ 一斉	<p>□動画を視聴することで操作のイメージを持たせるようにする。また、紙を10回切ったとき（1024枚）の厚さを見せることで、紙の厚さのイメージを持たせるようにする。</p> <p>□問題を解決するために必要な数値を考えさせることで、数量に着目できるようにする。</p> <p>□発問の後に次の条件を提示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・10回切ったときの厚さはおおよそ8cmである。</li> <li>・校舎の高さはおおよそ16mである。</li> </ul>	
展開 1分	<p>3 本時の課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>紙の厚さが、校舎の高さ16mを超えるときの、紙を切った回数を求めるにはどうしたらよいか考えよう。</p> </div>	一斉		
25分	<p>4 結果の予想を簡単に立てる。</p> <p>○重ねた紙の厚さが校舎の高さを超えるのは、紙を何回切ったときだと予想できますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・2000回、200回、20回など。</li> </ul> <p>5 問題解決の見通しを持つ。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>問題の見通しを持つ場面</b></p> <p>○紙を切った回数と、紙の厚さにはどのような関係がありますか。</p> </div>	一斉    一斉	<p>□何人かを指名し発表させるが、直感的な回答でもよい。</p> <p>□<math>16m=1600cm</math>ということをこの場面で確認する。</p> <p>□関数という言葉が生徒から出ないときは、切った回数が決まれば紙の厚さが決まることを確認し、切った回数と紙の厚さが関数関係にある</p>	

	<p>・1回切ると、紙の厚さが2倍になるという関係。</p> <p>・紙を切る回数と紙の厚さが比例の関係。</p> <p>6 問題を解決する。 ○表を用いて問題を解決しましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・10回切ったときに8cmなので、そこから2倍ずつ計算していき、16mを超える回数を求める。</li> <li>・紙1枚あたりの厚さを求め（1枚あたり1/128cm, 約0.008cm）、それを2倍ずつ計算していき16m=1600cmを超える回数を求める。</li> </ul> <p>7 紙を切った回数と厚さの関係を既習の関数と関連付けて考察する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>自分の考えを表現する場面</p> <p>○今回考えた関数は、1次関数ですか、関数 <math>y = ax^2</math> ですか、それとも、そのどちらでもないでしょうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・切った回数が増えると一定の増え方で厚さも増えているから、1次関数になる。</li> <li>・表を使って考えると、<math>y</math>の増加量が一定ではない。また、<math>x</math>の値が2倍、3倍になったときに<math>y</math>の値が4倍、9倍になっていないから、どちらでもない。</li> <li>・式を立てて考えると、<math>y = \frac{1}{128} \times 2^x</math> となり <math>y = ax + b</math> でも <math>y = ax^2</math> の形でもないから、どちらでもない。</li> <li>・表を見ると原点を通らないから、<math>y = ax^2</math> ではない。</li> </ul> </div>	<p>個人 ↓ 一斉</p> <p>個人 ↓ グループ</p>	<p>ことに気付くようにする。</p> <p>□表、式、グラフのうちどれを使うと問題を解決できそうかを全体で確認する。</p> <p>◆切る回数が11回の時に対応する厚さを確認し、表にまとめてみるように声掛けすることで、それぞれの数量の変化に着目できるようにする。</p> <p>□問題の見通しを持つ場面で、式に着目した生徒には、式を立ててみるように促す。</p> <p>□考えたことをノートに書くときには、「表、式、グラフを使って考えると、○○だから、××である。」という形で書くようにモデルを提示する。</p> <p>◆<math>y = ax^2</math>の式で表される関係について、<math>x</math>の値が2倍、3倍になると<math>y</math>の値がどのように変化するか振り返らせる。また、それを表に図示することで、<math>y</math>が<math>x</math>の2乗に比例しているかどうか判断できるようにする。</p> <p>□1次関数や<math>y = ax^2</math>の関係という解答が出てきた場合には、表を基に<math>x</math>の値が2倍、3倍になったときに<math>y</math>の値がどのようになるか全体で確認する。</p>	<p>〈見方 や考え方〉 ノ ト・観 察</p> <p>〈見方 や考え方〉 ノ ト・観 察</p>
<p>展 開 2 13 分</p>	<p>8 身の回りから1次関数でも<math>y = ax^2</math>でもない関数関係にあるものを探す。</p> <p>○これまでの数学の学習の中で、どのような関数がありましたか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ジュースを常温にしたときの温度の変化。</li> <li>・ジェットコースターが降りるときの時間と距離。</li> </ul> <p>○今回の関数のように、1次関数でも<math>y = ax^2</math>でもない関数はほかにもないでしょうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・郵便の重さによって料金は決まっているけれど、重さがちょっと増えても料金は変わらないから、どちらでもない。</li> <li>・携帯の使用料金は、どれだけ使っても金額が一定で変わらないけど、ある部分を超えると料金が</li> </ul>	<p>一斉 ↓ グループ ↓ 一斉</p> <p>グループ</p>	<p>□出された例が1次関数になるのか、<math>y = ax^2</math>になるのか、どちらでもないのか、全体で確認しながら進めていく。</p> <p>□具体例をいくつか提示し、それがどのような関数関係にあるのか表、式、グラフやそれぞれの関数の特徴を基に判断させていく。</p> <p>(例)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・郵便の重さと料金。</li> </ul>	<p>〈数学 への関 心・意 欲・態 度〉 観 察・ ノ ト</p>

	増えていくから、どちらでもない関数だ。			
終 結 5 分	<p>9 本時の学習を振り返る。</p> <p>○身のまわりの関数について、分かったことや、疑問に思ったこと、知りたいことなどを書きましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・今回学習した関数のように、1次関数でも関数 <math>y = ax^2</math> でもない関数があると分かった。</li> <li>・身のまわりにも関数の関係があると分かった。</li> <li>・身のまわりにも関数の関係があり、その関係を使えば先のことが予想できたりすることが分かった。</li> <li>・紙を切ったときの関数や郵便料金のような関数の式やグラフがどのようになるか知りたい。</li> </ul>	個人	<p>◆今日学んだ中で、具体的にどのような関数関係があったのか振り返るように促すことで、具体的にどのような関数関係があるのか書けるようにする。</p> <p>□「身のまわりにも関数の関係がある」としか記述していない場合は具体例を書いたり、関数関係があるとすればどのようなことができるようになるのか考えたりするように促す。</p>	〈数学への関心・意欲・態度〉 ノート

(4) 本時の評価

評価の観点	評価規準	十分満足できる (A)	努力を要する生徒への手立て
数学的な見方や考え方	身のまわりから関数を見だし、その変化や対応の様子を既習の関数と比較して考察する。	身のまわりからいろいろな関数関係を見だし、その変化や対応の様子を捉えてその関係を基にどのようなことが予想できるのか考えることができる。	切る回数が11回の時に対応する厚さを確認し、表にまとめてみるように声掛けする。
数学への関心・意欲・態度	具体的な事象において、関数関係にある数量を見いだそうとしている。	いろいろな事象と関数に関心を持ち、身の回りの事象を関数関係として捉えようとするとともに、それによってどのようなことが予測できるようになるか考えようとしている。	今日学んだ中で、具体的にどのような関数関係があったのか振り返るように促す。

(5) 準備物

教師：教科書，PC，学習プリント，大型TV

生徒：教科書，ノート，電卓

(6) 板書計画

<p><b>問題</b> 1枚の紙を2等分に切り、切ってきた紙を重ねて、また2等分にします。この作業を繰り返すとき、重ねた紙の厚さが校舎の高さを超えるのは、紙を何回切ったときでしょうか。</p>	<p>紙の厚さが、校舎の高さ16mを超えるときの紙を切った回数を求めるにはどうしたらよいか考えよう。</p>	<p><b>問題2</b> この関数は、1次関数ですか、関数 <math>y = ax^2</math> ですか、それともどちらでもないですか。</p>
<p><b>必要な条件</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・紙の厚さ →10回切って重ねたときの厚さがおよそ8cm</li> <li>・校舎の高さ →およそ16m=1600cm</li> </ul>	<p><b>予想</b> 1000回，200回，2000回，20回</p> <p><b>数量の関係</b> 紙を1回切る と 紙の厚さは2倍になる。 →紙を切った回数が決まると、紙の厚さはただ1つに決まる。(関数の関係)</p>	<p><b>考え</b> (どれかと、その理由を書く。)</p> <p><b>身の回りの関数</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ジュースの温度変化</li> <li>・待ち時間の予想</li> <li>・郵便料金</li> </ul>