根拠を明確にしながら自分の考えを数学的に表現できる生徒を育成する授業を目指して

－数学的な見方・考え方を働かせる発問の工夫を通して－

大崎市立鹿島台中学校　　宮川　瑞基

１　研究課題について

(1) 主題設定の理由

①　新学習指導要領から

平成29年３月に告示された中学校学習指導要領第２章第３節数学の目標(2)において「数学を活用して事象を論理的に考察する力，数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う」[1]ことが示された。

②　令和元年度宮城県検証改善委員会報告書から

宮城県の小・中学校（算数・数学）共通の課題として，「宮城県の正答率は全ての記述式問題で全国の平均正答率を下回っており，条件を踏まえて数学的に説明・記述することに課題がある」[2]と示された。また，その課題に対する手立てとして，「説明すべき内容やそれを説明する意図を指導者が明確に持ちや，指示や発問等を構成して，数学的に説明する力を向上させる」[2]ことが述べられている。

③　生徒の実態から

これまでの指導から，生徒は基礎的・基本的な知識及び技能に関わる問題を解決する力を身に付けてきている。一方で，知識や技能を活用したり，自分の考えを説明したりすることに課題がある。表１は令和２年５月に第３学年（n=80）を対象に実施したアンケート結果である。

表１　数学科における意識調査の結果（A：あてはまる，B：どちらかといえばあてはまる，C：どちらかといえばあてはまらない，D：あてはまらない　単位は%）　(n=80)

	設問	A	B	C	D
1	数学の授業で新しい問題に出会ったとき，自分の力で考えようとしている。	32	59	8	1
2	数学の問題で解き方が分からないときは，諦めずにいろいろな方法を考えている。	30	56	13	1
3	数学の問題を説明するときに，なぜそうなるのかという根拠を踏まえて説明することができる。	6	45	40	9
4	新しい問題を解くとき，前に習ったことが使えないか考えている。	31	54	14	1
5	自分の考えを発表するとき式のほかに図や表，グラフ，数学の用語を使って説明することができる。	9	40	41	10
6	自分の考えをノート等に記述するとき，式のほかに，図や表，グラフ，数学の用語を使って説明することができる。	9	55	26	10
7	自分の考えをノート等に記述したり，発表したりすることが好きだ。	6	16	55	23

この結果から，生徒は新しい問題に出会ったときにあきらめずに考えたり既習事項を活用できないか考えたりしようとしているが，その考えを表現することに苦手意識を感じているということが分かった。自分の考えをノートに記述したり，発表したりすることが好きではないと回答した生徒の理由として「自分の考えを表現することが苦手だ」「考えのまとめ方が分からない」「自分の考えに自信がない」などの意見が見られた。

④　授業づくりの課題から

本校で実施している実力考査（令和元年度３回実施）において，基礎的・基本的な計算技能に関わる問題の本校平均正答率は，県平均正答率を上回っている。しかし，文章を読み取ったり，記述したりする問題においては下回る結果となっている。実際の授業においても，なぜそうなったのかを考えたり，自分の考えを表現したりすることが不十分で，その活動を苦手に感じている生徒も多い。

以上のことから，根拠を明確にしながら自分の考えを数学的に表現できる生徒を育成することが自身の課題であると考え，研究主題・副題を設定した。

(2) 研究主題・副題の捉え

主題にある「根拠を明確にしながら自分の考えを数学的に表現できる生徒」とは，「表，式，グラフや数学の用語を用いて自らの考えを記述したり説明したりすることができる生徒」と押さえ，このような生徒を育成することを目指す。

副題にある「数学的な見方・考え方」とは，中学校学習指導要領（平成29年告示）数学編解説に示されているように「事象を，数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること」[3]と押さえる。

２　研究の内容と方法

(1) 課題解決のための手立て

本主題に迫るため，令和元年度宮城県検証改善委員会報告書にある，「事柄が成り立つ理由を説明する問題に関わる指示・発問づくりのポイント」を参考にしながら，発問を工夫する視点を，次のⅰ～ⅲとした。

ⅰ　授業の目標達成に向かう発問であること
ⅱ　数学的な見方・考え方を働かせる発問であること
ⅲ　数学的な表現の仕方に関する発問であること

また，本研究ではこれらの発問を，中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編の「問題解決の過程を振り返りながら，表現を自立的，協働的に修正・改善し

たり，議論の前提を明確にしたりしながら，問題の特徴や本質を捉えることが大切である」[4]を受けて，

場面ア　問題の条件を整理する場面
場面イ　問題の見通しを持つ場面
場面ウ　自分の考えを表現する場面

の３つの場面で重点的に行うこととした。

(2) 研究計画

表２　研究計画

時期	内容
５月下旬	意識調査
７月10日（金）	授業実践Ⅰ
８月上旬	実践Ⅰにおける手立てとその効果の検証
10月５日（月）	授業実践Ⅱ
10月下旬	実践Ⅱにおける手立てとその効果の検証
11月中旬	意識調査
12月中旬	最終報告

(3) 効果検証の方法

数学的な見方・考え方を働かせる発問を工夫することによって，どのような変容が見られたか検証するために，以下の方法を取ることにした。

① 授業内で生徒の発話・発言を見取る。
② 意識調査を行う（５月，11月に実施）。
③ ノートの記述内容の変化を見る。

３　Ⅰ期の実践の結果と考察

(1) 実践内容

① 実践内容の概要

実践日	令和２年７月10日（金）５校時
対象	大崎市立鹿島台中学校第３学年１組（26名）
単元	多項式（18時間扱い　本時６／18）
目標	・式の一部を文字に置き換えて，既習の公式に帰着して考えることができる。（数学的な見方や考え方） ・いろいろな式の展開を，工夫して計算することができる。（数学的な技能）

② 研究課題解決に関わる具体的な発問

本授業では既習事項の乗法公式を活用するために式のどの部分に着目すればよいか考えさせ，問題の見通しを持つ場面において，「どの乗法公式が使えるでしょうか。共通している部分を囲んで考えましょう」と発問した。

(2) 実践結果

本授業では上記目標を達成するために，以下の例題と適用問題を行った（表３）。

表３　Ⅰ期実践での問題一覧

例題１	$(2x+1)(2x+3)$及び$(2x-3y)^2$の展開の式を読み取り，どのような工夫をしているかを説明する問題。
適用問題１	次の式を展開しなさい。 (1) $(3x-4)(3x-2)$ (2) $(5x+2)^2$ (3) $(6x+7)(6x-7)$
例題２	$(a+b+2)(a+b-2)$の共通する部分に着目し，乗法公式を使い展開する問題。
適用問題２	$(x+y+3)(x+y-5)$を展開しなさい。

例題２の学習過程において，生徒が問題の見通しを持てるようにするため（場面イ）に，視点ⅰ，ⅱより「どの乗法公式が使えるでしょうか。共通している部分を囲んで考えましょう」と発問をした。これに対して生徒は，式の一部の共通している部分$x+y$を四角で囲み，そこに着目しながら，何番の乗法公式を使うのかノートに書き込んでいた。

また，適用問題２の学習過程において，生徒が自分の考えを表現できるようにするために，「どのように考えたのか，例題を参考にしながら展開の仕方をペアで話し合いましょう」と指示した。また，「自分ができた部分までの説明で構いません」と補助の指示を出した。これに対して，「まずは，$x+y$をAと置き換える。そして乗法公式の１番を使って展開する。」と説明する生徒がいた。一方で，$x+y$をAと置き換えることはできたものの，そこから先の展開につまずく生徒もいた。

(3) 考察

① 授業の目標の達成について

数学的な見方や考え方に関する目標については，問題の見通しを持つ場面での発問によって，生徒は式のどの部分に着目するか気付き，展開の仕方を考えることができた。特に，抽出した生徒の様子から，数学が苦手であっても，式のどの部分に着目するかを理解し，その部分を四角で囲むことができた（図１）。しかし，

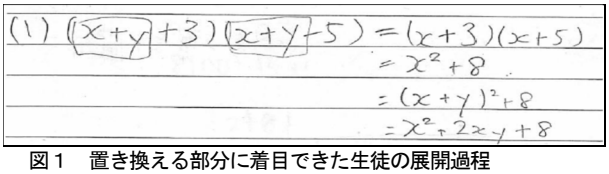

図１　置き換える部分に着目できた生徒の展開過程

授業後の中位層の抽出生徒に対する聞き取りにおいて，「なぜ文字で置き換えたのか」と問い掛けたところ，答えられない生徒が多かった。形式的な操作方法は分かったものの，なぜそうするのかを思考することができなかった生徒が多かったと言える。このことから，式の一部を文字に置き換えて，展開することはできたものの，既習の公式との関連を意識させることは不十分であったと判断できる。

数学的な技能に関する目標については，分配法則の使い方を黒板に例示していたことにより，乗法公式を使うことができない生徒は，黒板を見ながら分配法則

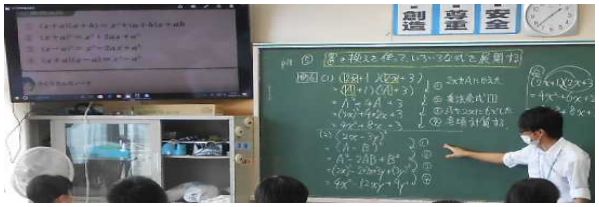

図２　展開の仕方の説明のモデルと，分配法則の板書
（モニターには既習の乗法公式を提示）

で展開していた（図２）。問題演習では，19人の生徒が置き換えを用いた後，既習の乗法公式を利用して式の展開をすることができた。

②　研究課題に迫ることについて

問題の見通しを持つ場面での発問によって，上述の通り，生徒は式のどの部分に着目するかに気付くことができた。しかし，そこから先の展開をどのようにするかや，なぜ共通する部分を置き換えるのかといったことを考えさせることはできなかった。このことから，１つの発問だけではなく，生徒の思考の深まりを想定して，いくつかの発問を準備しておくことが必要であると考えられる。

自分の考えを表現する場面の発問によって，生徒は，式のどの部分に着目して置き換えたのかや，どの乗法公式を用いて展開したのかを説明することができた。これは，生徒が例題を説明のモデルとして捉えることができたためと考えられる。一方で，なぜ置き換えたのかや，乗法公式や分配法則をどのように活用して展開したのかという説明をしている生徒は少なかった。「なぜそのように展開したのか」ということを既習の公式を使えるようにするためだと説明することができなかったため，研究課題の解決は不十分であったと考える。

４　Ⅱ期の実践の結果と考察

(1)　Ⅰ期からの改善点

Ⅰ期の実践では，置き換える部分に着目させる発問はできたが，なぜそのように考えていくのか根拠を明確に説明することはできなかった。そのため，Ⅱ期では以下の４点に留意しながら授業づくりを行った。

① 数学的な見方を働かせ，なぜそうなるかという根拠を考えさせる発問を工夫する。
② 考えをどのように表現するのかというモデルを提示しながら，生徒の思考を促す発問を工夫する。
③ 生徒の活動の時間を確保するとともに，自分の考えを表現する場面を設定する。
④ 令和元年度宮城県検証改善委員会報告書を精読し，正答の条件を明確化した上で，発問や発表のモデルの提示の仕方を工夫していく。

(2)　実践内容

①　実践内容の概要

実践日	令和２年10月５日（月）５校時
対象	大崎市立鹿島台中学校第３学年１組（26名）
単元	関数$y = ax^2$（13時間扱い　本時12／13）
目標	・身のまわりから関数関係を見いだし，その変化や対応の様子を既習の関数と比較して考察する。(数学的な見方や考え方) ・具体的な事象において，関数関係にある数量を見いだそうとしている。(数学への関心・意欲・態度)

②　研究課題解決に関わる具体的な発問

本授業では，問題の条件を整理する場面において「この問題を解決するために，どのような条件が必要ですか」，問題の見通しを持つ場面において「紙を切った回数と，紙の厚さにはどのような関係がありますか」，自分の考えを表現する場面において「今回考えた関数は１次関数ですか，関数$y = ax^2$ですか，それとも，そのどちらでもないでしょうか」と発問した。自分の考えを表現する場面の発問は，考えの根拠や過程が多様になることを想定しており，自分の考えを表現し合う必要性を生徒が持てるようにしている。

(3)　実践結果

本授業では，上記の目標を達成するために，以下の表４にある問題を取り上げた。

表４　Ⅱ期実践での問題

問題	１枚の紙を２等分に切り，切ってできた紙を重ねて，また２等分にします。この作業を繰り返すとき，重ねた紙の厚さが校舎の高さを超えるのは，紙を何回切ったときでしょうか。

条件不足の問題を提示し，必要な条件を考えさせたり，条件を設定した後に結果を予想したりすることで，生徒が問題解決の目的意識を持つことができるようにした。

特に自分の考えを表現する場面では，20名の生徒が既習の関数なのかどうかを判断する記述をした。その中で15名の生徒は変化の割合や，グラフが原点を通るかということに着目し，そのように考えた根拠を記述していた（図３）。

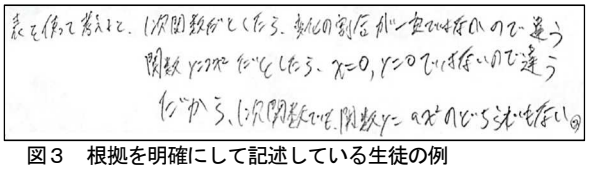

図３　根拠を明確にして記述している生徒の例

身の回りから関数を見いだそうとする活動については，次時と連続した課題とした。

(4)　考察

①　授業の目標の達成について

表４にある問題について，９割以上の生徒が解決することができた。これは，問題の見通しを持つ場面において，数量の関係を学級全体で確認したことが大きく影響していると考えられる。一方で，紙を切った回数が１増えると紙の厚さが２倍になるという関係を基に，既習の関数関係かどうかを正確に判断できた生徒は６名であった。そのため，数学的な見方・考え方に関する目標については，関数関係を見いだしその変化や対応の様子を捉えることはできたが，それを基にどのような関数関係なのかを説明できるまでは至らなかった。これは，既習の関数関係をどのように捉えるか，十分な指導がされていなかったためだと考える。

数学への関心・意欲・態度に関する学習内容は，次時との連続で行ったが，身のまわりの関数の例をグループで考え，条件を絞りながら考えることができていた。

②　研究課題に迫ることについて

自分の考えを表現する場面における「今回考えた関

数は１次関数ですか，関数$y = ax^2$ですか，それとも，そのどちらでもないでしょうか」という発問によって，既習事項と関連付けながら，本時の問題を考察する数学的な考え方を生徒は働かせることができた。また，Ⅰ期の反省を踏まえ「○○を使って考えると，××だから，△△である」という表現のモデルを提示したことで，生徒は自分の考えを表現することができるようになったと考えられる。

５　研究の成果と課題

(1) 効果検証

①　授業内での見取り

Ⅰ期の授業実践では，「どの乗法公式が使えるでしょうか。共通している部分を囲んで考えましょう」という発問によって，ほとんどの生徒が式の中で共通している部分に着目し，乗法公式を使おうとすることができた。また，Ⅱ期の実践では，比較を取り入れた発問をすることによって，生徒が根拠を明確にしながら考える場面を設定した。表現のモデルの提示も相まって，生徒が自分の考えを表現することにつながった。

②　意識調査の結果から（５月，11月実施の比較）

大きな変化はなかったが，設問１，４，７についてはＡ，Ｂと回答した生徒が増加した。設問５，６，７についてはＤと回答した生徒が減少している。これは，数学に粘り強く取り組む姿勢や，既習事項を活用して考えるという数学的な見方・考え方が養われていると判断できる。しかしながら，設問６ではＣと回答した生徒が増加した。これは，従来の授業よりもより厳密な説明を求めるようになったためだと考えられる。

表５　数学科における意識調査の結果（５，11月　単位は%）

設問番号	A		B		C		D	
	5月	11月	5月	11月	5月	11月	5月	11月
1	33	38	59	57	8	5	1	0
2	30	23	56	70	13	8	1	0
3	6	6	45	49	40	44	9	0
4	31	37	54	53	14	9	1	1
5	9	8	40	38	41	49	10	5
6	9	8	55	46	26	42	10	5
7	6	4	16	25	55	54	23	15

③　ノートの記述の変容から

図３の生徒を例にすると，授業実践Ⅰでは式を展開することはできているが，どのような式変形をしているのか十分に説明することはできていなかった（図４）。しかしながら，授業実践Ⅱでは既習事項を活用しながら，自分の言葉で説明を記述することができた。

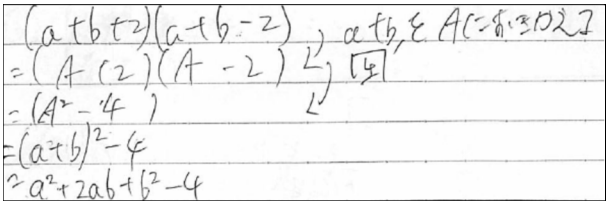

図４　授業実践Ⅰにおける図３の生徒のノート

(2) 研究の成果

数学的な見方・考え方を働かせる発問を工夫することで従来の授業よりも生徒が考える機会が増えた。また，意識調査の結果や生徒のノートから，自分の考えを全く持てていなかった生徒が，授業の中で考えを持ったり，自分の考えを表現したりしようとしていることが分かる。これは，Ⅱ期の実践にもあるように発問だけによるものではないが，発問と表現のモデルが一体となって得られた成果である。

生徒の思考の方向を明確にするための発問を研究ではしようとしていたが，問題提示の仕方によっては発問と質問を区別できないことがあった。また，選択肢を与えた上で比較を取り入れた発問をすることで，考えの根拠を示す必然性が生まれた。さらに，表現のモデルを提示したことにより，多くの生徒が自分の考えを表現しようとすることができた。

これらの事実から，以下の二つを研究の成果として挙げる。

① 発問を工夫したことで生徒が自ら考える場面が増え，自分の考えを持つ生徒が増えた。

② 他者と考えを比較できるような発問を工夫し，表現のモデルを提示したことで，自分の考えを表現しようとする生徒が増えた。

(3) 今後の課題

発問を工夫し，これまで以上に日々の授業で生徒に問い掛け続けたことで，自分の考えを持つように生徒は変容してきた。また，表現のモデルを提示することで，生徒は自分の考えを以前よりは表現できるようになった。一方で，Ⅰ期の実践では，同じ考え方しかできず，思考の幅がない問題提示であった。発問とともに問題提示の仕方を工夫することも必要であると考える。そこで，今後の課題として，次の２点を挙げる。

① 発問と表現のモデルの工夫をすること。

② 生徒が主体的に考えを深めていけるような問題提示の工夫と，その問題を解決していくことができる発問の工夫をすること。

【引用・参考文献】

1) 文部科学省：中学校学習指導要領（平成29年告示），2017，p50
2) 宮城県教育委員会：宮城県検証改善委員会報告書，2020，p18
3) 文部科学省：中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編，2017，p21
4) 文部科学省：中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編，2017，p27

【図表等の許諾について】

図１，３，４は授業実践の中で生徒が記入したノートの一部である。氏名を伏せて掲載することとし，生徒の保護者から使用許諾を得た。