

1 多項式① ～多項式の計算～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の計算をなさい。

(1) $3a(a+2b)$

$$= 3a \times a + 3a \times 2b$$

$$= 3a^2 + 6ab$$

$$3a^2 + 6ab$$

(2) $(2x-y) \times (-3y)$

$$= 2x \times (-3y) - y \times (-3y)$$

$$= -6xy + 3y^2$$

$$-6xy + 3y^2$$

(3) $(18x^2+6x) \div (-3x)$

$$= (18x^2+6x) \times \left(-\frac{1}{3x}\right)$$

$$= -\frac{18x^2}{3x} - \frac{6x}{3x}$$

$$= -6x - 2$$

$$-6x - 2$$

(4) $2x(x-3) + 3x(2x+4)$

$$= 2x^2 - 6x + 6x^2 + 12x$$

$$= 2x^2 + 6x^2 - 6x + 12x$$

$$= 8x^2 + 6x$$

$$8x^2 + 6x$$

2 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2)(y+5)$

$$(x+2)(y+5)$$

$$\begin{array}{l} x \times y \\ x \times 5 \\ 2 \times y \\ 2 \times 5 \end{array}$$

を計算する。

$$xy + 5x + 2y + 10$$

(2) $(x+1)(y-5)$

$$(x+1)(y-5)$$

$$\begin{array}{l} x \times y \\ x \times (-5) \\ 1 \times y \\ 1 \times (-5) \end{array}$$

を計算する。

$$xy - 5x + y - 5$$

(3) $(a-3)(b+4)$

$$(a-3)(b+4)$$

$$\begin{array}{l} a \times b \\ a \times 4 \\ -3 \times b \\ -3 \times 4 \end{array}$$

を計算する。

$$ab + 4a - 3b - 12$$

(4) $(3x-4)(2x+1)$

$$= 3x \times 2x + 3x \times 1 - 4 \times 2x - 4 \times 1$$

$$= 6x^2 + 3x - 8x - 4$$

$$= 6x^2 - 5x - 4$$

$$6x^2 - 5x - 4$$

(5) $(x+2)(x+5y-3)$

$$= x(x+5y-3) + 2(x+5y-3)$$

$$= x^2 + 5xy - 3x + 2x + 10y - 6$$

$$= x^2 + 5xy - x + 10y - 6$$

$$x^2 + 5xy - x + 10y - 6$$

(6) $(3x-y-1)(3x-2y)$

$$= 3x(3x-2y) - y(3x-2y) - 1(3x-2y)$$

$$= 9x^2 - 6xy - 3xy + 2y^2 - 3x + 2y$$

$$= 9x^2 - 9xy - 3x + 2y + 2y^2$$

$$9x^2 - 9xy - 3x + 2y + 2y^2$$

1 多項式① ～多項式の計算～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の計算をなさい。

$$(1) (3x - 2y) \times (-5x)$$

$$= 3x \times (-5x) - 2y \times (-5x)$$

$$= -15x^2 + 10xy$$

※分配法則を利用

$$-15x^2 + 10xy$$

$$(2) -x(3x - y + 6)$$

※分配法則を利用

$$-3x^2 + xy - 6x$$

$$(3) (2x^2y - 6xy^2) \div xy$$

$$= \frac{2x^2y}{xy} - \frac{6xy^2}{xy}$$

$$= 2x - 6y$$

$$2x - 6y$$

$$(4) -3a(a - 2) - 4a(1 - a)$$

$$= -3a^2 + 6a - 4a + 4a^2$$

$$= -3a^2 + 4a^2 + 6a - 4a$$

$$= a^2 + 2a$$

$$a^2 + 2a$$

2 次の式を展開しなさい。

$$(1) (a + 2)(a - 5)$$

$$= a^2 + (2 - 5)a - 10$$

$$= a^2 - 3a - 10$$

$$a^2 - 3a - 10$$

$$(2) (x - 2)(x - 8)$$

$$= x^2 + (-2 - 8)x + 16$$

$$= x^2 - 10x + 16$$

※乗法公式1を利用

$$x^2 - 10x + 16$$

$$(3) (x + 7)^2$$

$$= x^2 + 2 \times 7x + (-7)^2$$

$$= x^2 + 14x + 49$$

※乗法公式3を利用

$$x^2 + 14x + 49$$

$$(4) (x - 1)^2$$

$$= x^2 - 2 \times 1 \times x + (-1)^2$$

$$= x^2 - 2x + 1$$

※乗法公式3を利用

$$x^2 - 2x + 1$$

$$(5) (a + 5)(a - 5)$$

$$= a^2 - 5^2$$

$$= a^2 - 25$$

※乗法公式4を利用

$$a^2 - 25$$

$$(6) (6 - x)(6 + x)$$

$$= 6^2 - x^2$$

$$= 36 - x^2$$

※乗法公式4を利用

$$36 - x^2$$

$$(7) (2x + 3)(2x + 5)$$

$$= (2x)^2 + (3 + 5) \times 2x + 15$$

$$= 4x^2 + 16x + 15$$

※乗法公式1を利用

$$4x^2 + 16x + 15$$

$$(8) (3x - 2)^2$$

$$= (3x)^2 - 2 \times 2 \times 3x + 4$$

$$= 9x^2 - 12x + 4$$

※乗法公式3を利用

$$9x^2 - 12x + 4$$

1 多項式① ～多項式の計算～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (5x - 2y + 3) \times (-3y) \\
 & = 5x \times (-3y) - 2y \times (-3x) + 3 \times (-3y) \\
 & = -15xy + 6y^2 - 9y
 \end{aligned}$$

$$-15xy - 6y^2 - 9y$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (6a^2b - 12ab^2) \div \left(-\frac{2}{3}ab\right) \\
 & = (6a^2b - 12ab^2) \times \left(-\frac{3}{2ab}\right) \\
 & = -\frac{6a^2b \times 3}{2ab} + \frac{12ab^2 \times 3}{2ab} \\
 & = -9a + 18b
 \end{aligned}$$

$$-9a + 18b$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & (x + 5)(x - 3) - (x - 2)(x + 1) \\
 & = x^2 + 2x - 15 - (x^2 - x - 2) \\
 & = x^2 + 2x - 15 - x^2 + x + 2 \\
 & = x^2 - x^2 + 2x + x - 15 + 2 \\
 & = 3x - 13
 \end{aligned}$$

$$3x - 13$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & (2x + 4y)(2x - 4y) - 3(x + y)^2 \\
 & = (2x)^2 - (4y)^2 - 3(x^2 + 2xy + y^2) \\
 & = 4x^2 - 16y^2 - 3x^2 - 6xy - 3y^2 \\
 & = 4x^2 - 3x^2 - 6xy - 16y^2 - 3y^2 \\
 & = x^2 - 6xy - 19y^2
 \end{aligned}$$

$$x^2 - 6xy - 19y^2$$

2 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (3x + 2)(3x + 3) \\
 & = (3x)^2 + (2 + 3) \times 3x + 6 \\
 & = 9x^2 + 15x + 6
 \end{aligned}$$

$$9x^2 + 15x + 6$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (10 - 2x)^2 \\
 & = 100 - 2 \times 10 \times 2x + (2x)^2 \\
 & = 100 - 40x + 4x^2
 \end{aligned}$$

$$100 - 40x + 4x^2$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & (3x + 5y)^2 \\
 & = (3x)^2 + 2 \times 5y \times 3x + (5y)^2 \\
 & = 9x^2 + 30xy + 25y^2
 \end{aligned}$$

$$9x^2 + 30xy + 25y^2$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & (a + b - 5)(a + b + 5) \\
 & a + b = M \text{ とすると、もとの式は} \\
 & (M - 5)(M + 5) = M^2 - 5^2 \text{ となる。} \\
 & M \text{ を } a + b \text{ に戻すと } (a + b)^2 - 25 \\
 & = a^2 + 2ab + b^2 - 25
 \end{aligned}$$

※ 一つ一つ分配法則
を使って計算しても
よい。

$$a^2 + 2ab + b^2 - 25$$

2 多項式② ～因数分解～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 因数分解の公式を書きなさい。

$$(1) \ x^2 + (a+b)x + ab =$$

$$(x+a)(x+b)$$

$$(2) \ x^2 + 2ax + a^2 =$$

$$(x+a)^2$$

$$(3) \ x^2 - 2ax + a^2 =$$

$$(x-a)^2$$

$$(4) \ x^2 - a^2 =$$

$$(x+a)(x-a)$$

2 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \ 6x - 3y$$

共通因数の3でくくる

$$3(2x - y)$$

$$(2) \ 8x^2 + 16xy$$

共通因数の8xでくくる

$$8x(x + 2y)$$

$$(3) \ x^2y + xy^2$$

共通因数のxyでくくる

$$xy(x + y)$$

$$(4) \ 2x^2y - 4xy^2 + 6xy$$

共通因数の2xyでくくる

$$2xy(x - 2y + 3)$$

$$(5) \ x^2 + 5x + 6$$

かけると6，たすと5になる2つの数を探し，
公式1を利用する。

$$(x+2)(x+3)$$

$$(6) \ x^2 - 3x - 4 \quad (\text{H13宮城県入試問題})$$

かけると-4，たすと-3になる2つの数を探し，
公式1を利用する。

$$(x+1)(x-4)$$

$$(7) \ x^2 + 10x + 25$$

25は5の2乗，10は5の2倍であることから，
公式2を利用する。

$$(x+5)^2$$

$$(8) \ x^2 - 16$$

16は4の2乗であることから，
公式4を利用する。

$$(x+4)(x-4)$$

2 多項式② ～因数分解～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2y - xy + 5x$

※共通因数の x でくくる。

$$x(xy - y + 5)$$

(2) $x^2 + 10x + 16$

かけると16, たすと10になる2つの数を探し,
公式1を利用する。

$$(x+2)(x+8)$$

(3) $x^2 - 5x + 6$

かけると6, たすと-5になる2つの数を探し,
公式1を利用する。

$$(x-2)(x-3)$$

(4) $x^2 - 2x - 24$

かけると-24, たすと-2になる2つの数を探し,
公式1を利用する。

$$(x+4)(x-6)$$

(5) $x^2 + 10x + 16$

かけると16, たすと10になる2つの数を探し,
公式1を利用する。

$$(x+2)(x+8)$$

(6) $x^2 + 8x + 16$

16は4の2乗, 8は4の2倍であること
から, 公式2を利用する。

$$(x+4)^2$$

(7) $x^2 - 2x + 1$

1は1の2乗, 2は1の2倍であること
から, 公式3を利用する。

$$(x-1)^2$$

(8) $x^2 - 25$

25は5の2乗であることから,
公式4を利用する。

$$(x+5)(x-5)$$

2 次の式を因数分解をしなさい。

(1) $2x^2 + 10x + 12$

$= 2(x^2 + 5x + 6)$ ※共通因数2でくくる

$= 2(x+2)(x+3)$ ※公式1を利用

$$2(x+2)(x+3)$$

(2) $3x^2 - 12$

$= 3(x^2 - 4)$ ※共通因数3でくくる

$= 3(x^2 - 2^2)$ ※公式4を利用

$= 3(x+2)(x-2)$

$$3(x+2)(x-2)$$

(3) $-3x^2 + 18x - 27$

$= -3(x^2 - 6x + 9)$ ※共通因数-3でくくる

$= -3(x-3)^2$ ※公式3を利用

$$-3(x-3)^2$$

2 多項式② ～因数分解～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $a x^2 - 36a$

$= a(x^2 - 36)$ ※共通因数aでくくる

$= a(x^2 - 6^2)$ ※公式4を利用

$= a(x+6)(x-6)$

$a(x+6)(x-6)$

(2) $a^2 + a + \frac{1}{4}$

$= a^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times a + \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ※公式2を利用

$= \left(a + \frac{1}{2}\right)^2$

$\left(a + \frac{1}{2}\right)^2$

(3) $4x^2 + 4xy + y^2$

$= (2x)^2 + 2 \times (2x) \times y + y^2$ ※公式2を応用

$= (2x + y)^2$

$(2x + y)^2$

(4) $27a^2 - 3b^2$

$= 3(9a^2 - b^2)$ ※共通因数3でくくる

$= 3\{(3a)^2 - b^2\}$ ※公式4を応用

$= 3(3a+b)(3a-b)$

$3(3a+b)(3a-b)$

(5) $(x+y)^2 + 5(x+y) + 6$

$x+y=M$ とすると もとの式は $M^2 + 5M + 6$ となる。

これを因数分解すると $(M+2)(M+3)$ となる。

M を $x+y$ に戻して $(x+y+2)(x+y+3)$

$(x+y+2)(x+y+3)$

(6) $(x+3)^2 - 8(x+5) + 16$

一度、式を展開し、整理してから因数分解する。

$(x+3)^2 - 8(x+5) + 16 = x^2 + 6x + 9 - 8x - 40 + 16$

$= x^2 - 2x - 15$

$= (x+3)(x-5)$

$(x+3)(x-5)$

(7) $xy - y - 3x + 3$

4つの項を xy と $-y$ 、 $-3x$ と3の2つの組と見て、共通因数をくくり出す

$xy - y - 3x + 3 = y(x-1) - 3(x-1)$

$x-1=M$ とすると $y(x-1) - 3(x-1) = yM - 3M$ となる。

共通因数の M をくくりだしてから、 M をもとに戻す。

$M(y-3) = (x-1)(y-3)$

※ 4つの項を xy と $-3x$ 、 $-y$ と3の2つの組と見て、

同じように考えても因数分解することができる。

$(x-1)(y-3)$

4 平方根① ~平方根~

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の数の平方根を求めなさい。

(1) 36

$$\pm 6$$

(2) $\frac{1}{25}$

$$\pm \frac{1}{5}$$

2 次の値を根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{81}$

$$\begin{aligned}\sqrt{81} &= \sqrt{9^2} \\ &= 9\end{aligned}$$

$$9$$

(2) $-\sqrt{25}$

$$\begin{aligned}-\sqrt{25} &= -\sqrt{5^2} \\ &= -5\end{aligned}$$

$$-5$$

(3) $\sqrt{\frac{1}{36}}$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{1}{36}} &= \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2} \\ &= \frac{1}{6}\end{aligned}$$

$$\frac{1}{6}$$

(4) $(-\sqrt{7})^2$

$$\begin{aligned}(-\sqrt{7})^2 &= (-\sqrt{7}) \times (-\sqrt{7}) \\ &= 7\end{aligned}$$

$$7$$

3 次の数について、根号の中をできるだけ簡単な数に直しなさい。

(1) $\sqrt{45}$

$$\begin{aligned}\sqrt{45} &= \sqrt{3^2 \times 5} \\ &= 3 \times \sqrt{5}\end{aligned}$$

$$3\sqrt{5}$$

(2) $-\sqrt{75}$

$$\begin{aligned}-\sqrt{75} &= -\sqrt{5^2 \times 3} \\ &= -5 \times \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$-5\sqrt{3}$$

4 次の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

(1) $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$

$$\sqrt{10} < \sqrt{11}$$

(2) $-\sqrt{5}$, $-\sqrt{7}$

$$-\sqrt{5} > -\sqrt{7}$$

5 次のア、イにあてはまる用語、ウにあてはまる数を入れなさい。

a を整数、b を 0 でない整数とすると、 $\frac{a}{b}$ のように分数の形で表すことのできる数を (ア) といいます。のように分数で表すことのできない数を (イ) といいます。
(イ) には、以外に、例えば (ウ) があります。

ア 有理数	イ 無理数	ウ $\sqrt{5}$ や $\sqrt{3}$ や π など
-------	-------	--------------------------------------

4 平方根① ~平方根~					
学年		組		氏名	

1 次の数の平方根を求めなさい。

- (1) 25 (2) 1

± 5

± 1

2 次の数を根号を使わずに表しなさい。

- (1) $\sqrt{49}$ (2) $-\sqrt{121}$

7

- 11

- (3) $\sqrt{0.16}$ (4) $(-\sqrt{5})^2$

0.4

5

3 次の数のうち $\sqrt{3.6}$ の値にもっとも近いものを、ア～エから選び、記号で答えなさい。

(H12宮城県入試問題)

ア 0.6 イ 1.8 ウ 1.9 エ 13
ア～エの数を根号のついた数に直すと、
ア $\sqrt{0.36}$ イ $\sqrt{3.24}$ ウ $\sqrt{3.61}$ エ $\sqrt{169}$ したがって、
 $\sqrt{3.6}$ にもっとも近いのは、ウである。

ウ

4 $2\sqrt{7}$ より小さい正の整数をすべてあげなさい。(H18宮城県入試問題)

$2\sqrt{7} = \sqrt{28}$ つまり、 $5 < 2\sqrt{7} < 6$
 $\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}$ より したがって、 $2\sqrt{7} = 5. \dots$
 $5 < \sqrt{28} < 6$ $2\sqrt{7}$ より小さい正の整数は
5以下で0より大きい整数である。

1, 2, 3, 4, 5

5 3つの数の大小を、不等号を使って表しなさい。(H19宮城県入試問題)

$\frac{7}{2}$, $\sqrt{11}$, $2\sqrt{3}$ $\frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \sqrt{12\frac{1}{4}}$
 $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ より大小を比較する。

$\sqrt{11} < 2\sqrt{3} < \frac{7}{2}$

6 次の数の中から、有理数と無理数を選びなさい。

- ① $\sqrt{12}$ ② 1.2 ③ $\frac{2}{\sqrt{9}}$ ④ $\sqrt{\frac{2}{7}}$ ⑤ $\sqrt{49}$ ③ $\frac{2}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$
⑥ $\sqrt{5}$ ⑦ $\sqrt{(-5)^2}$ ⑧ 3.3333... ⑨ $-\frac{1}{3}$ ⑩ $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ ⑧ $3.\dot{3} \dots = \frac{1}{3}$
⑩ $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{4} = 2$

有 理 数	② ③ ⑤ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩	無 理 数	① ④ ⑥
-------	---------------	-------	-------

5 平方根 ②

～素因数分解～

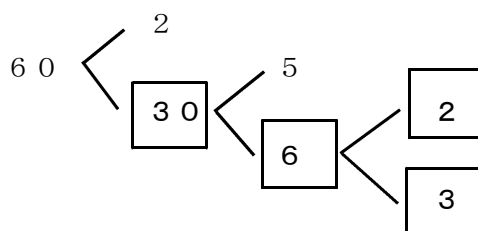
学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 下の1から30までの数の中から、素数であるものを○で囲みなさい。

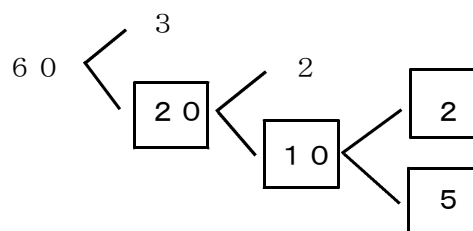
1	②	③	4	⑤	6	⑦	8	9	10
⑪	12	⑬	14	15	16	⑪	18	⑲	20
21	22	⑳	24	25	26	27	28	㉑	30

- 2 下のような図を使って、60を素因数分解しました。□にあてはまる数を答えなさい。

(1)



(2)



- 3 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 24

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 24} \\
 2 \overline{) 12} \\
 2 \overline{) 6} \\
 \hline
 3
 \end{array}$$

$$2^3 \times 3$$

(2) 72

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 72} \\
 2 \overline{) 36} \\
 2 \overline{) 18} \\
 3 \overline{) 9} \\
 \hline
 3
 \end{array}$$

$$2^3 \times 3^2$$

(3) 98

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 98} \\
 7 \overline{) 49} \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

$$2 \times 7^2$$

(4) 140

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 140} \\
 2 \overline{) 70} \\
 5 \overline{) 35} \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

$$2^2 \times 5 \times 7$$

5 平方根 ②

～素因数分解～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 108

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 108} \\
 2 \overline{) 54} \\
 3 \overline{) 27} \\
 3 \overline{) 9} \\
 3
 \end{array}$$

$$2^2 \times 3^3$$

(2) 182

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 182} \\
 7 \overline{) 91} \\
 13
 \end{array}$$

$$2 \times 7 \times 13$$

2 28にできるだけ小さい自然数をかけて、その積がある自然数の2乗になるようにします。どのような数をかければよいか求めなさい。

ある数の2乗である数は、素因数分解すると累乗の指数がすべて2となる。

28を素因数分解すると

$$28 = 2^2 \times 7$$

この数の累乗の指数がすべて2となるには、7をかければよい。

7

3 aは100以下の自然数で、45にaをかけた数はある自然数の2乗になります。このようなaの値をすべて求めなさい。

$$45 \text{ を素因数分解すると } 45 = 3^2 \times 5$$

45にaをかけたときに、因数が2つずつの組になって累乗の指数が2になればよい。_____の部分aの値

$$45 \times \underline{5} = 3^2 \times 5 \times \underline{5} = 3^2 \times 5^2$$

$$45 \times \underline{2^2 \times 5} = 3^2 \times 5 \times \underline{2^2 \times 5} = 3^2 \times 2^2 \times 5^2$$

$$45 \times \underline{3^2 \times 5} = 3^2 \times 5 \times \underline{3^2 \times 5} = 3^2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$\begin{aligned}
 45 \times \underline{2^2 \times 2^2 \times 5} &= 3^2 \times 5 \times \underline{2^2 \times 2^2 \times 5} \\
 &= 2^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 5^2
 \end{aligned}$$

5, 20, 45, 80

4 nを自然数とします。 $\sqrt{270n}$ が自然数となるときnのうちで、最も小さい値を求めなさい。

$\sqrt{a^2} = a$ なので $\sqrt{\quad}$ の中の数を素因数分解したときに

累乗の指数がすべて2になれば、自然数となる。

$$\sqrt{270n} = \sqrt{3^2 \times 2 \times 3 \times 5 \times n}$$

すべての因数の指数を2にするためには、2と3と5がかけられればよい。

$$\begin{aligned}
 \text{したがって、} n &= 2 \times 3 \times 5 \\
 &= 30
 \end{aligned}$$

30

6 平方根 ③ ～根号をふくむ式の計算～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の数を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

(1) $\sqrt{12}$

12を素因数分解する。

$$\begin{aligned}\sqrt{12} &= \sqrt{2^2 \times 3} \\ &= 2 \times \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$2\sqrt{3}$$

(2) $\sqrt{72}$

72を素因数分解する。

$$\begin{aligned}\sqrt{72} &= \sqrt{2^3 \times 3^2} \\ &= 2 \times \sqrt{2} \times 3\end{aligned}$$

$$6\sqrt{2}$$

2 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

$$\sqrt{15}$$

(2) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$

$$\begin{aligned}&= \sqrt{16} \\ &= \sqrt{4^2} \\ &= 4\end{aligned}$$

$$4$$

(3) $\sqrt{15} \div \sqrt{3}$

$$\sqrt{5}$$

(4) $\sqrt{100} \div \sqrt{4}$

$$\begin{aligned}&= \sqrt{25} \\ &= \sqrt{5^2} \\ &= 5\end{aligned}$$

$$5$$

(5) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}&= (3+4)\sqrt{2} \\ &= 7\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$7\sqrt{2}$$

(6) $\sqrt{27} + \sqrt{3}$

$$\begin{aligned}&= 3\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= (3+1)\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$4\sqrt{3}$$

(7) $\sqrt{5}(\sqrt{5} - 2)$

$$\begin{aligned}&= \sqrt{5} \times \sqrt{5} - \sqrt{5} \times 2 \\ &= 5 - 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$5 - 2\sqrt{5}$$

(8) $\sqrt{20} + 3\sqrt{5}$

$$\begin{aligned}&= 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \\ &= (2+3)\sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$5\sqrt{5}$$

3 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ の分母を有理化しなさい。(H20宮城県入試問題改)

分母と分子に $\sqrt{5}$ をかけて、分母の有利化をする。

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{10}}{5}$$

4 $\frac{8}{3\sqrt{2}}$ の分母を有理化しなさい。(H15宮城県入試問題改)

分母と分子に $\sqrt{2}$ をかけて、分母の有利化をする。

$$\frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3 \times 2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{3}$$

6 平方根 ③ ～根号をふくむ式の計算～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の数を $\sqrt{a}$ の形で表しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & 4\sqrt{2} \\ & = \sqrt{16} \sqrt{2} \\ & = \sqrt{32} \end{aligned}$$

$$\sqrt{32}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 6\sqrt{3} \\ & = \sqrt{36} \sqrt{3} \\ & = \sqrt{108} \end{aligned}$$

$$\sqrt{108}$$

2 次の数の分母を有理化しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \\ & = \frac{\sqrt{3} \sqrt{7}}{\sqrt{7} \sqrt{7}} \\ & = \frac{\sqrt{21}}{7} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ & = \frac{3\sqrt{3}}{6} \\ & = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

4 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & \sqrt{12} \times \sqrt{3} \\ & = \sqrt{36} \\ & = 6 \end{aligned}$$

$$6$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \sqrt{54} \div \sqrt{6} \\ & = \sqrt{9} \\ & = 3 \end{aligned}$$

$$3$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & 2\sqrt{18} - \sqrt{8} \\ & = 2 \times 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ & = 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ & = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$4\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & \sqrt{48} + 9\sqrt{3} - \sqrt{75} \\ & = 4\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ & = (4+9-5)\sqrt{3} \\ & = 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$8\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad & \sqrt{21} \times \sqrt{3} - \sqrt{7} \\ & = \sqrt{63} - \sqrt{7} \\ & = 3\sqrt{7} - \sqrt{7} \\ & = 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$2\sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & 4\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{2}} \\ & = 4\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ & = 4\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{2} \\ & = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} \\ & = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$3\sqrt{2}$$

6 平方根 ③ ～根号をふくむ式の計算～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \sqrt{5}(\sqrt{15} + 2) + 2\sqrt{3} \\
 &= \sqrt{75} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} \\
 &= 5\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} \\
 &= (5+2)\sqrt{3} + 2\sqrt{5} \\
 &= 7\sqrt{3} + 2\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$7\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \frac{9}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{6}}{2} \\
 &= \frac{9 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} + \frac{\sqrt{6}}{2} \\
 &= \frac{9\sqrt{6}}{6} + \frac{3\sqrt{6}}{6} \\
 &= \frac{12\sqrt{6}}{6} \\
 &= 2\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

(H24宮城県入試問題)

$$2\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} + 4) \\
 &= (\sqrt{3})^2 + (2+4)\sqrt{3} + 8 \\
 &= 3 + 6\sqrt{3} + 8 \\
 &= 11 + 6\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$11 + 6\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & (\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 \\
 &= (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} + (\sqrt{3})^2 \\
 &= 6 + 6\sqrt{2} + 3 \\
 &= 9 + 6\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$9 + 6\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & (\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 \\
 &= (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2 - \{(\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} + (\sqrt{2})^2\} \\
 &= 7 - 3 - (5 - 2\sqrt{10} + 2) \\
 &= 4 - 5 + 2\sqrt{10} - 2 \\
 &= -3 + 2\sqrt{10}
 \end{aligned}$$

$$-3 + 2\sqrt{10}$$

2 次の数の分母を有理化しなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \\
 &= \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\
 &= \frac{\sqrt{30}}{5}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{30}}{5}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2} - 2)}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\
 &= \frac{\sqrt{10} - 2\sqrt{5}}{5}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{10} - 2\sqrt{5}}{5}$$

3 $\sqrt{45} = 6.71$ として、 $\sqrt{180}$ の値を求めなさい。

$$\sqrt{180} = \sqrt{45} \times \sqrt{4} \text{ より}$$

$$\sqrt{45} = 6.71 \text{ を代入すると,}$$

$$\sqrt{180} = 6.71 \times 2$$

$$= 13.42$$

$$13.42$$

7 2次方程式① ～平方根の考えを使った解き方・2次方程式の解の公式～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 次の方程式のうち、解が2であるものはどれですか。

ア $x^2 + x - 2 = 0$ イ $(x + 2)(x - 5) = 0$

ウ $x^2 = 2$ エ $x^2 + 7x - 18 = 0$

x に2を代入して、左辺と右辺が等しくなるかを確認する。

エ

- 2 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 25 = 0$

$x^2 = 25$

$x = \pm 5$

$x = \pm 5$

(2) $(x - 2)^2 - 3 = 0$

$(x - 2)^2 = 3$

$x - 2 = \pm \sqrt{3}$

$x = 2 \pm \sqrt{3}$

$x = 2 \pm \sqrt{3}$

(3) $(x + 3)^2 = 25$

$x + 3 = \pm 5$

(H12宮城県入試問題)

$x = -3 \pm 5$

$x = 2, x = -8$

$x = 2, x = -8$

(4) $(x + 1)^2 - 7 = 0$

$(x + 1)^2 = 7$

(H14宮城県入試問題)

$x + 1 = \pm \sqrt{7}$

$x = -1 \pm \sqrt{7}$

$x = -1 \pm \sqrt{7}$

- 3 方程式 $x^2 + 8x + 10 = 0$ を $(x + \bullet)^2 = \blacktriangle$ に変形して解きなさい。

$x^2 + 8x = -10$

$x^2 + 8x + 16 = -10 + 16$

$(x + 4)^2 = 6$

$x = -4 \pm \sqrt{6}$

$x = -4 \pm \sqrt{6}$

- 4 次の□にあてはまる数を書きなさい。

$2x^2 + 3x - 1 = 0$ を、解の公式を使って解くには、

$a = \text{ア } 2$, $b = \text{イ } 3$, $c = \text{ウ } -1$ を公式に代入して、

$$x = \frac{\text{エ } -3 \pm \sqrt{\text{オ } 3^2 - 4 \times \text{キ } 2 \times \text{ク } -1}}{2 \times \text{ケ } 2}$$

$$= \frac{\text{コ } -3 \pm \sqrt{\text{サ } 17}}{\text{シ } 4}$$

7 2次方程式① ～平方根の考えを使った解き方・2次方程式の解の公式～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の方程式を解の公式を用いて解きなさい。

(1) $x^2 - 3x - 2 = 0$

解の公式に, $a=1$, $b=-3$, $c=-2$ を代入

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(2) $x^2 - 8x + 5 = 0$

解の公式に, $a=1$, $b=-8$, $c=5$ を代入

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{44}}{2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{11}}{2} = 4 \pm \sqrt{11}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{11}$$

(3) $x^2 - 5x + 1 = 0$

解の公式に, $a=1$, $b=-5$, $c=1$ を代入

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

(4) $2x^2 + x - 3 = 0$

解の公式に, $a=2$, $b=1$, $c=-3$ を代入

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4} = 1, -\frac{3}{2}$$

$$x = 1, x = -\frac{3}{2}$$

(5) $4x^2 + 3x - 3 = 0$

解の公式に, $a=4$, $b=3$, $c=-3$ を代入

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 4 \times (-3)}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{8}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{8}$$

(6) $4x^2 + 2x - 3 = 0$

解の公式に, $a=4$, $b=2$, $c=-3$ を代入

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 4 \times (-3)}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{52}}{8} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{4}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{4}$$

(7) $5x^2 + 12x + 4 = 0$

解の公式に, $a=5$, $b=12$, $c=4$ を代入

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times 5 \times 4}}{2 \times 5}$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{64}}{10} = \frac{-12 \pm 8}{10} = -\frac{2}{5}, -2$$

$$x = -\frac{2}{5}, x = -2$$

(8) $2x^2 - x - 1 = 0$

解の公式に, $a=2$, $b=-1$, $c=-1$ を代入

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = 1, -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}, x = 1$$

7 2次方程式① ～平方根の考えを使った解き方・2次方程式の解の公式～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $3x^2 + 2x - 3 = 0$

解の公式に, $a=3$, $b=2$, $c=-3$ を代入

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times (-3)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{40}}{6} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{6} = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

(2) $4x^2 - 2x - 1 = 0$

解の公式に, $a=4$, $b=-2$, $c=-1$ を代入

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 4 \times (-1)}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{20}}{8} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

(3) $3x^2 - 4x = 1$

移項して整理すると, $3x^2 - 4x - 1 = 0$

解の公式に, $a=3$, $b=-4$, $c=-1$ を代入

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{28}}{6} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

(4) $4x^2 - 5x = 6$

移項して整理すると, $4x^2 - 5x - 6 = 0$

解の公式に, $a=4$, $b=-5$, $c=-6$ を代入

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 4 \times (-6)}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{121}}{8} = \frac{5 \pm 11}{8} = 2, -\frac{3}{4}$$

$$x = 2, x = -\frac{3}{4}$$

(5) $2x^2 + 7 = 9x$

移項して整理すると, $2x^2 - 9x + 7 = 0$

解の公式に, $a=2$, $b=-9$, $c=7$ を代入

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 2 \times 7}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{9 \pm 5}{4} = \frac{7}{2}, 1$$

$$x = 1, x = \frac{7}{2}$$

(6) $-6x - 5 = -3x^2$

移項して整理すると, $3x^2 - 6x - 5 = 0$

解の公式に, $a=3$, $b=-6$, $c=-5$ を代入

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 3 \times (-5)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{96}}{6} = \frac{6 \pm 4\sqrt{6}}{6} = \frac{3 \pm 2\sqrt{6}}{3}$$

$$x = \frac{3 \pm 2\sqrt{6}}{3}$$

(7) $\frac{1}{3}x^2 + 2x - 9 = 0$

両辺に3をかけると, $x^2 + 6x - 27 = 0$

解の公式に, $a=1$, $b=6$, $c=-27$ を代入

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times (-27)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-6 \pm 12}{2} = 3, -9$$

$$x = 3, x = -9$$

(8) $\frac{1}{2}(x^2 - 1) = -\frac{3}{4}x$

展開して移項し整理すると, $2x^2 - 3x - 2 = 0$

解の公式に, $a=2$, $b=-3$, $c=-2$ を代入

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} = 2, -\frac{1}{2}$$

$$x = -2, x = \frac{1}{2}$$

8 2次方程式 ② ～因数分解による解き方・いろいろな2次方程式～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 次の文は方程式 $(x-2)(x-5)=0$ を解く手順を示したものです。□にあてはまる式や数を書きなさい。

方程式 $(x-2)(x-5)=0$ は、

① $(x-2)$ と ② $(x-5)$ の積が ③ 0 であることを表しているから、

④ $(x-2)=0$ または ⑤ $(x-5)=0$ である。

したがって、解は ④より

$$x = 2$$

⑤より

$$x = 5$$

となる。

- 2 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x+1)(x-6)=0$

$x+1=0$ または $x-6=0$

したがって、

$x=-1$, $x=6$

$$x = -1, x = 6$$

(2) $(x+5)(2x-1)=0$

$x+5=0$ または $2x-1=0$

したがって、

$x=-5$, $x=\frac{1}{2}$

$$x = -5, x = \frac{1}{2}$$

(3) $5x(x+3)=0$

$5x=0$ または $x+3=0$

したがって、

$x=0$, $x=-3$

$$x = 0, x = -3$$

(4) $x(x-7)=0$

$x=0$ または $x-7=0$

したがって、

$x=0$, $x=7$

$$x = 0, x = 7$$

(5) $x^2+7x+12=0$

$(x+3)(x+4)=0$

$x+3=0$ または $x+4=0$

$x=-3$, $x=-4$

$$x = -3, x = -4$$

(6) $x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$

$x=2$, $x=4$

$$x = 2, x = 4$$

8 2次方程式 ② ～因数分解による解き方・いろいろな2次方程式～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 = 10x$

$x^2 - 10x = 0$ ※共通因数 x でくくる

$x(x - 10) = 0$

$x = 0, x = 10$

$x = 0, x = 10$

(2) $x^2 - 9x = 0$

$x(x - 9) = 0$ ※共通因数 x でくくる

$x = 0, x = 9$

$x = 0, x = 9$

(3) $x^2 + x - 72 = 0$

$(x - 8)(x + 9) = 0$

$x = 8, x = -9$

$x = -9, x = 8$

(4) $x^2 - 4x = -3$

※(2次式)=0の形に移項して整理する。

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 1)(x - 3) = 0$

$x = 1, x = 3$

$x = 1, x = 3$

(5) $x^2 - 10x + 25 = 0$

$(x - 5)^2 = 0$

$x = 5$ ※ $()^2 = 0$ の形で因数分解されたとき、解が1つになる。

$x = 5$

(6) $x^2 - 24x + 144 = 0$

$(x - 12)^2 = 0$

$x = 12$

$x = 12$

(7) $x^2 + 6x - 27 = 0$

$(x - 3)(x + 9) = 0$

$x = 3, x = -9$

$x = 3, x = -9$

(8) $2x^2 - 10x + 12 = 0$

両辺を2でわる。

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$(x + 2)(x + 3) = 0$

$x = -2, x = -3$

$x = 2, x = 3$

2 2次方程式 $x^2 - 2x - 24 = 0$ を解きなさい。(H19宮城県入試問題)

$(x - 6)(x + 4) = 0$

$x = 6, x = -4$

$x = 6, x = -4$

8 2次方程式 ② ～因数分解による解き方・いろいろな2次方程式～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 方程式 $x^2 - 16x + 63 = 0$ を (1) ～ (3) の方法で解きなさい。

(1) 因数分解を利用して解く方法

$$(x-9)(x-7) = 0$$

$$x = 7, x = 9$$

(2) $(x + \bullet)^2 = \blacktriangle$ の形に変形して解く方法

$$x^2 - 16x = -63$$

$$x^2 - 16x + 64 = -63 + 64$$

$$(x-8)^2 = 1$$

$$x-8 = \pm 1$$

$$x = 7, x = 9$$

(3) 解の公式を使って解く方法

$$\begin{aligned} x &= \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \times 63}}{2} \\ &= \frac{16 \pm \sqrt{4}}{2} \\ &= \frac{16 \pm 2}{2} \end{aligned}$$

$$x = 7, x = 9$$

2 次の方程式を解きなさい

(1) $x^2 - 5x = -x + 21$

$$x^2 - 5x + x - 21 = 0$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x-7)(x+3) = 0$$

$$x = 7, x = -3$$

$$x = 7, x = -3$$

(2) $(x+2)^2 = -5x + 14$

$$x^2 + 4x + 4 + 5x - 14 = 0$$

$$x^2 + 9x - 10 = 0$$

$$(x-1)(x+10) = 0$$

$$x = 1, x = -10$$

$$x = 1, x = -10$$

(3) $(x+1)^2 + 2(x+1) = 0$

$x+1$ を M とすると

$$M^2 + 2M = 0$$

$$M(M+2) = 0$$

$$M = 0 \text{ または } M+2 = 0$$

$$\text{したがって } x+1 = 0 \text{ または } x+1+2 = 0$$

$$x = -1, -3$$

$$x = -1, x = -3$$

(4) $(x-1)^2 - 5(x-1) + 6 = 0$

$x-1$ を M とすると

$$M^2 - 5M + 6 = 0$$

$$(M-2)(M-3) = 0$$

$$M-2 = 0 \text{ または } M-3 = 0$$

$$\text{したがって } x-1-2 = 0 \text{ または } x-1-3 = 0$$

$$x = 3, 4$$

$$x = 3, x = 4$$

2 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が1, 4のとき, a と b の値をそれぞれ求めなさい。

解が1, 4ということは, $x^2 + ax + b = 0$ を因数分解して解いたとき

$$(x-1)(x-4) = 0 \quad \text{という形の式になるということが分かる。}$$

これを展開すると $x^2 - 5x + 4 = 0$ となるので

$a = -5, b = 4$ である。

$$a = -5, b = 4$$

9 2次方程式 ③ ～2次方程式の利用～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 大小2つの正の整数があり、その差は2で、積は48であるとき、この2数を求めなさい。

小さい方の整数を x とすると、

ところが、 x は正の整数なので、 $x=6$

大きい方の整数は $(x+2)$ と表すことができる。

このとき大きい方の整数は $6+2=8$

積が48であるから $x(x+2)=48$

したがって、求める2数は、6と8である。

この方程式を解くと、 $x^2+2x=48$

$$x^2+2x-48=0$$

$$(x+8)(x-6)=0$$

$$x=-8, x=6$$

6と8

- 2 ある正の数を2乗して10をひくと、もとの数の3倍になります。ある数を求めなさい。

ある数を x とする。

この方程式を解くと、

2乗して10をひいた数は、 x^2-10

$$x^2-10=3x$$

$$x^2-3x-10=0$$

3倍した数は、 $3x$ と表すことができるから

$$(x-5)(x+2)=0$$

$$x=5, x=-2$$

$x^2-10=3x$ が成り立つ。

x は正の数であるから、求める数は5である。

5

- 3 ある数とその数の平方との和は30です。ある数を求めなさい。

ある数を x とする。

$$x+x^2=30$$

この数の平方は、 x^2 であるから

$$x^2+x-30=0$$

$x+x^2=30$ となる。

$$(x-5)(x+6)=0$$

この方程式を解くと、

$$x=5, x=-6$$

5, -6

- 4 高さが底辺より4cm長く、面積が 48 cm^2 の三角形があります。底辺の長さを求めなさい。

底辺の長さを $x\text{ cm}$ とする。

$$\frac{1}{2}x(x+4)=48 \quad \text{※両辺に2をかける。}$$

高さは $(x+4)\text{ cm}$ と表すことができる。

$$x(x+4)=96$$

三角形の面積が 48 cm^2 であることから

$$x^2+4x-96=0$$

$$\frac{1}{2}x(x+4)=48$$

$$(x-8)(x+12)=0$$

$$x=8, x=-12$$

この方程式を解くと、

x は長さであるから正の数であり、求める底辺の長さは8cmである。

8 cm

9 2次方程式 ③ ～2次方程式の利用～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 ある正の数を2乗して12をひくと、もとの数の4倍になります。ある数を求めなさい。

ある正の数を x とする。

2乗して12をひいた数は、 $x^2 - 12$

4倍した数は、 $4x$ となるから、

$$x^2 - 12 = 4x$$

この方程式を解く。

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6, x = -2$$

x は正の数であるから、

$$x = 6$$

6

- 2 連続する2つの整数があります。それぞれを2乗した和が113であるとき、これらの整数を求めなさい。

整数を n とする。

連続した2つの整数は、 $n, n+1$ と表せる。

それぞれを2乗した和が113であるから、

$$n^2 + (n+1)^2 = 113$$

この方程式を解くと、

$$n^2 + (n+1)^2 = 113$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 1 = 113$$

$$2n^2 + 2n - 112 = 0$$

両辺を2で割ると

$$n^2 + n - 56 = 0$$

$$(n+8)(n-7) = 0$$

$$n = -8, n = 7$$

$n = -8$ のとき、もう1つの数は $-8 + 1 = -7$

$n = 7$ のとき、

もう1つ数は $7 + 1 = 8$

-8と-7, 7と8

- 3 ある数 x を2乗すると、 x より2大きくなります。このとき、ある数 x をすべて求めなさい。(H17宮城県入試問題)

ある数 x を2乗すると、 x^2

x より2大きい数は、 $x+2$

この2つの数が同じ数であるから

$$x^2 = x + 2$$

この方程式を解くと、

$$x^2 = x + 2$$

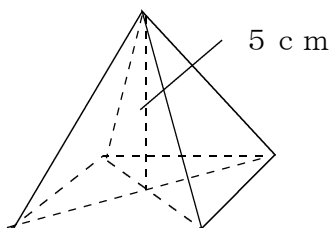
$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x = -1, x = 2$$

$x = 2, x = -1$

- 4 高さが5 cm、体積が15 cm³の正四角すいの底面の1辺の長さを求めなさい。



正四角すいの体積は、

(底面積)×(高さ)× $\frac{1}{3}$ で求められる。

底面の1辺の長さを x cmとすると

底面は正方形だから、底面積は x^2 cm²

また、高さは 5 cm

体積が15 cm³であるから

$$x^2 \times 5 \times \frac{1}{3} = 15$$

この方程式を解く。

$$\frac{5}{3} x^2 = 15$$

$$x^2 = 15 \times \frac{3}{5}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

x は正の数であるから、 $x = 3$

3 cm

9 2次方程式 ③ ～2次方程式の利用～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 x^2 と $2x$ が等しくなるような x の値を、すべて求めなさい。(H11宮城県入試問題)

$$\begin{aligned} x^2 \text{と} 2x \text{が等しいので} & \quad x(x-2)=0 \\ x^2=2x \text{ となる。} & \quad x=0, x=2 \\ \text{この方程式を解くと,} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 2x \\ x^2 - 2x &= 0 \end{aligned}$$

0, 2

- 2 2次方程式 $x^2 - ax - 20 = 0$ の解の1つが -4 であるとき、 a の値と他の解を求めなさい。

$$x = -4 \text{ を方程式に代入する。}$$

$$(-4)^2 - a \times (-4) - 20 = 0$$

$$\text{これを} a \text{ について解く。}$$

$$16 + 4a - 20 = 0$$

$$4a - 4 = 0$$

$$4a = 4$$

$$a = 1$$

$$\text{したがって2次方程式は}$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

$$\text{この方程式を解くと,}$$

$$(x+4)(x-5)=0$$

$$x = -4, x = 5$$

$$\text{したがってもう一つの解は, 5である。}$$

a の値 : 1
もう一つの解 : 5

- 3 自然数を1から順に n まで加えた和は、 $\frac{n(n+1)}{2}$ で求められます。

- (1) 1から30までの自然数の和を求めなさい。

$$n = 30 \text{ を代入する。}$$

$$\frac{30(30+1)}{2} = \frac{30 \times 31}{2} = 465$$

465

- (2) 1から n までの自然数の和が78になるときの n の値を求めなさい。

$$\frac{n(n+1)}{2} \text{ が78になればよい。したがって,}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 78 \quad \text{この2次方程式を解く。}$$

$$n(n+1) = 156$$

$$n^2 + n - 156 = 0$$

$$(n-12)(n+13) = 0$$

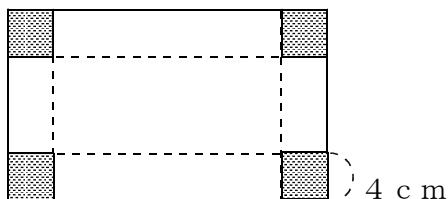
$$n = 12, n = -13$$

$$n \text{ は自然数であるから,}$$

$$n = 12$$

$n = 12$

- 4 横が縦より5cm長い長方形の紙があります。この紙の4すみから1辺4cmの正方形を切り取り、ふたのない直方体の容器をつくりました。この容器の容積が 200 cm^3 のとき、はじめの紙の縦の長さを求めなさい。



紙の縦の長さを $x \text{ cm}$ とする。

横の長さは、 $(x+5) \text{ cm}$

したがって容器の縦、横、深さは

縦 $x-8$

横 $(x+5)-8 = x-3$

深さ 4

容器の容積が 200 cm^3 であるから

$$4(x-8)(x-3) = 200 \text{ となる。}$$

この方程式を解くと,

$$x = 13, x = 2$$

x は正の数であるから、 $x = 13$

13 cm

10 関数 $y = a x^2$ ① ～関数 $y = a x^2$ ・ $y = a x^2$ のグラフ～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 次の関数のうち、 y が x の 2 乗に比例するものはどれか答えなさい。またそのときの比例定数を答えなさい。

ア $y = 2x - 1$ イ $y = 4x^2$ ウ $y = -x^2$ エ $y = 2x$

2 乗に比例する関数の式は、 $y = a x^2$

このとき a の値が比例定数

イ（比例定数 4）、ウ（比例定数 - 1）

- 2 y は x の 2 乗に比例し、 $x = 3$ のとき、 $y = 18$ である。 y を x の式で表しなさい。
 y が x の 2 乗に比例するから、式の形は

$$y = a x^2$$

この式に、 $x = 3$ 、 $y = 18$ を代入

$$18 = a \times 3^2$$

$$18 = 9a$$

$$9a = 18$$

$$a = 2$$

したがって

$$y = 2x^2$$

$$y = 2x^2$$

- 3 y は x の 2 乗に比例し、 $x = 2$ のとき、 $y = -12$ である。 y を x の式で表しなさい。

y が x の 2 乗に比例するから、式の形は

$$y = a x^2$$

この式に、 $x = 2$ 、 $y = -12$ を代入

$$-12 = a \times 2^2$$

$$-12 = 4a$$

$$4a = -12$$

$$a = -3$$

したがって

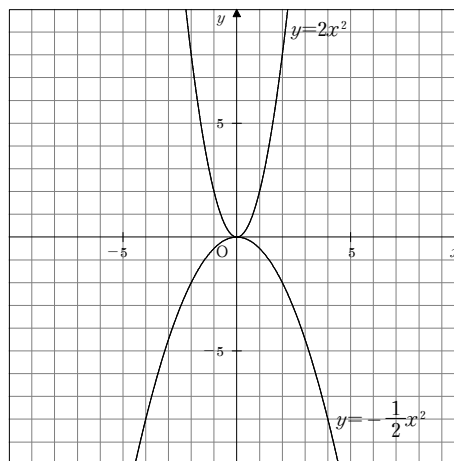
$$y = -3x^2$$

$$y = -3x^2$$

- 4 次の関数のグラフをかきなさい。

ア $y = 2x^2$

イ $y = -\frac{1}{2}x^2$



- 5 右の図の①～③は、下のア～ウの関数のグラフを示したものです。①～③はそれぞれどの関数のグラフですか。

ア $y = 2x^2$ 比例定数によってグラフは下記のようなになる。

比例定数が正の場合…上に開いた形

比例定数が負の場合…下に開いた形

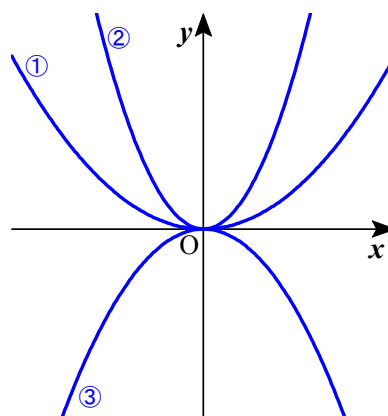
比例定数の絶対値が大…開き方が小さい

比例定数の絶対値が小…開き方が大きい

イ $y = \frac{1}{2}x^2$

ウ $y = -x^2$

① イ ② ア ③ ウ



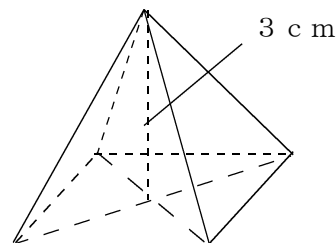
10 関数 $y = ax^2$ ① ～関数 $y = ax^2$ ・ $y = ax^2$ のグラフ～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 高さ 3 cm の正四角すいについて、底面の 1 辺の長さを x cm、体積を y cm³ とするとき、次の間に答えなさい。

(1) 下の表を完成させなさい。

x	1	2	3	4	5	6
y	1	4	9	16	25	36



(2) 底面の 1 辺の長さを 2 倍にすると、体積は何倍になりますか。

(1) の表で x の値を 2 倍にしたときの y の値を比較する。

たとえば、 $x = 2$ のとき、 $y = 4$

$x = 4$ のとき、 $y = 16$ となり、 y (体積) は 4 倍となる。

4 倍

(3) y を x の式で表しなさい。

正四角錐の体積は、(底面積) $\times$ 高さ $\times \frac{1}{3}$ で求められる。

したがって、 $y = x^2 \times 3 \times \frac{1}{3}$ $y = x^2$

$$y = x^2$$

- 2 関数 $y = \frac{3}{4}x^2$ のグラフ上にあり、 x 座標と y 座標とが等しくなる点の座標をすべて求めなさい。

x 座標と y 座標が等しくなる
値を t とする。

(H18宮城県入試問題)

$x = t$ 、 $y = t$ を代入すると、

$$t = \frac{3}{4}t^2$$

$$t(3t - 4) = 0$$

したがって、 $t = 0$ のとき、 $(0, 0)$

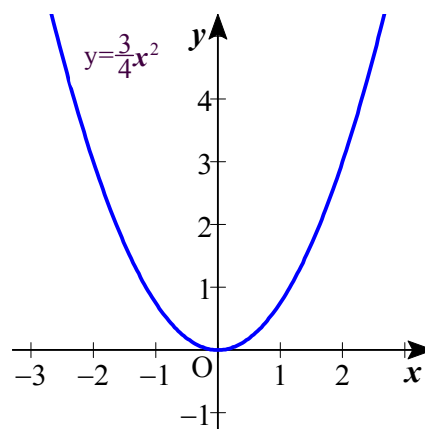
$$t = \frac{4}{3} \text{ のとき、} \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3} \right)$$

$$\frac{3}{4}t^2 = t$$

$$t = 0, t = \frac{4}{3}$$

$$3t^2 - 4t = 0$$

$$(0, 0), \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3} \right)$$



- 3 右の図のように、 x 軸に平行な直線が、関数 $y = \frac{2}{5}x^2$

のグラフと 2 点 A、B で交わり、 y 軸と点 C で交わっています。AB = OC のとき、点 A の x 座標を求めなさい。た

だし、点 A の x 座標は正の数とします。(H24宮城県入試問題)

関数 $y = ax^2$ のグラフは、 y 軸について線対称である。

したがって、AB = OC は $2AC = OC$ ・・・①ということになる。

点 A の x 座標を t とすると y 座標は

$$y = \frac{2}{5}t^2 \text{ となる。点 A の } y \text{ 座標と点 C の } y \text{ 座標は等しいので}$$

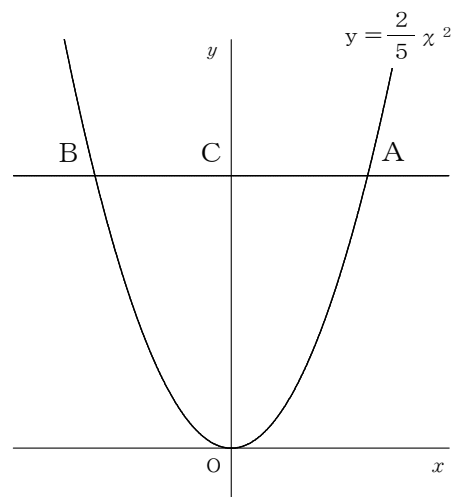
①より $2t = \frac{2}{5}t^2$ が成り立つので、これを解く。

両辺に 5 をかけて式を整理すると $2t^2 - 10t = 0$ となる。

$$2t(t - 5) = 0 \text{ より } t = 0, 5$$

点 A の x 座標は正なので $t = 5$

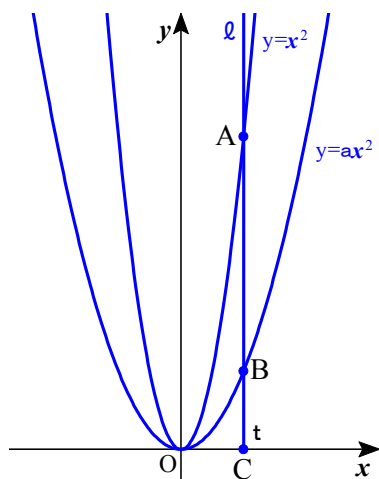
5



10 関数 $y = a x^2$ ① ～関数 $y = a x^2$ ・ $y = a x^2$ のグラフ～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

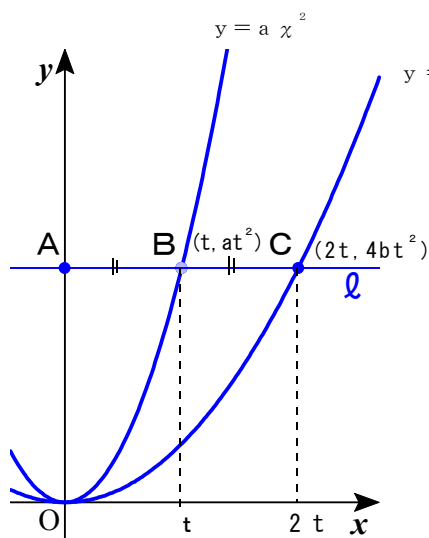
- 1 a を正の数とします。下の図のように、 y 軸に平行な直線 l が、関数 $y = x^2$ のグラフ、 $y = a x^2$ のグラフ、 x 軸と交わる点をそれぞれ A 、 B 、 C とします。
 $AB = 2 BC$ のとき、 a の値を求めなさい。(H17宮城県入試問題)



点 A 、 B 、 C の x 座標を t とする。それぞれの座標は
 $A(t, t^2)$
 $B(t, at^2)$
 $C(t, 0)$ となる。
 $t = 0$ ではないので、
 両辺を t^2 で割ると
 $1 - 3a = 0$
 $-3a = -1$
 $a = \frac{1}{3}$
 したがって
 $AB = t^2 - at^2$
 $BC = at^2$
 $AB = 2BC$ であるから、
 $t^2 - at^2 = 2at^2$
 $t^2 - at^2 - 2at^2 = 0$
 $t^2 - 3at^2 = 0$
 $t^2(1 - 3a) = 0$

$$\frac{1}{3}$$

- 2 a と b を正の数とします。下の図のように、 x 軸に平行な直線 l が、 y 軸、関数 $y = a x^2$ のグラフ、関数 $y = b x^2$ のグラフと交わる点をそれぞれ A 、 B 、 C とします。
 $AB = BC$ のとき、 a と b の比を求めなさい。ただし、点 B と点 C の x 座標はともに正の数とします。(H17宮城県入試問題)



点 B の x 座標を t とする。
 $AB = BC$ より、点 C の x 座標は $2t$ となる。
 点 B は $y = a x^2$ 上の点より、点 B の座標は (t, at^2)
 点 C は $y = b x^2$ 上の点より、 $x = 2t$ を代入すると
 $y = b \times (2t)^2 = 4bt^2$
 つまり点 C の座標は、 $(2t, 4bt^2)$ となる。
 点 B と点 C の y 座標は同じであることから、
 $at^2 = 4bt^2$
 $t = 0$ ではないので、両辺を t^2 で割ると、
 $a = 4b$
 $\frac{a}{b} = 4 = \frac{4}{1}$ より
 $a : b = 4 : 1$

$$4 : 1$$

1 1 関数 $y = a x^2$ ② ～関数 $y = a x^2$ の値の変化～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の関数について、 x の値が1から3まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) $y = x^2$

$x = 1$ のとき, $y = 1^2 = 1$

$x = 3$ のとき, $y = 3^2 = 9$

変化の割合は, $\frac{9-1}{3-1} = \frac{8}{2} = 4$

4

(2) $y = -2x^2$

$x = 1$ のとき, $y = -2 \times 1^2 = -2$

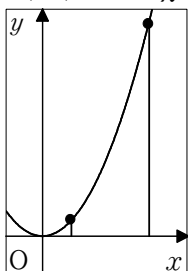
$x = 3$ のとき, $y = -2 \times 3^2 = -18$

変化の割合は, $\frac{-18 - (-2)}{3-1} = \frac{-16}{2} = -8$

-8

2 $y = 2x^2$ で, x の変域が次のとき, y の変域を求めなさい。

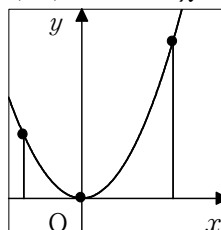
(1) $1 \leq x \leq 5$



$x = 1$ のとき y は最小値をとり,
 $x = 5$ のとき y は最大値をとる。

$2 \leq y \leq 50$

(2) $-2 \leq x \leq 3$

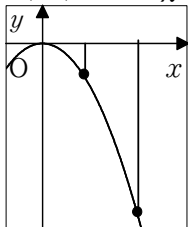


$x = 0$ のとき y は最小値0をとる。
 $x = 3$ のとき y は最大値をとる。

$0 \leq y \leq 18$

3 $y = -x^2$ で, x の変域が次のとき, y の変域を求めなさい。

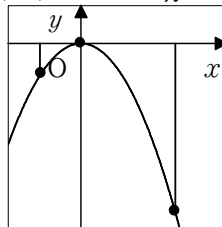
(1) $1 \leq x \leq 3$



$x = 1$ のとき y は最大値をとり,
 $x = 3$ のとき y は最小値をとる。

$-9 \leq y \leq -1$

(2) $-2 \leq x \leq 4$



$x = 0$ のとき y は最大値0をとる。
 $x = 4$ のとき y は最小値をとる。

$-16 \leq y \leq 0$

4 $y = a x^2$ のグラフが点 $(4, -32)$ を通るとき, 次の問に答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

点 $(4, -32)$ を通ることから
 $x = 4$, $y = -32$ を代入する。

$-32 = a \times 4^2$

$16a = -32$

$-32 = 16a$

$a = \frac{-32}{16} = -2$

$a = -2$

(2) この関数で, x の値が2から5まで増加するとき, 変化の割合を求めなさい。

(1)より与えられた式は, $y = -2x^2$ である。

$x = 2$ のとき, $y = -2 \times 2^2 = -8$

$x = 5$ のとき, $y = -2 \times 5^2 = -50$

変化の割合は, $\frac{-50 - (-8)}{5-2} = \frac{-42}{3} = -14$

-14

1 1 関数 $y = a x^2$ ② ～関数 $y = a x^2$ の値の変化～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の関数について x が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) $y = -4 x^2$

$x = 2$ のとき, $y = -4 \times 2^2 = -16$

$x = 4$ のとき, $y = -4 \times 4^2 = -64$

変化の割合は, $\frac{-64 - (-16)}{4 - 2} = \frac{-48}{2} = -24$

-24

(2) $y = \frac{1}{3} x^2$

$x = 2$ のとき, $y = \frac{1}{3} \times 2^2 = \frac{4}{3}$

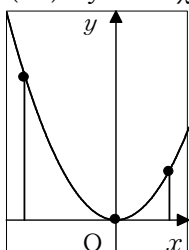
$x = 4$ のとき, $y = \frac{1}{3} \times 4^2 = \frac{16}{3}$

y の増加量 $= \frac{16}{3} - \frac{4}{3} = 4$, x の増加量 $= 4 - 2 = 2$
変化の割合は, 2

2

2 次の関数について, x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

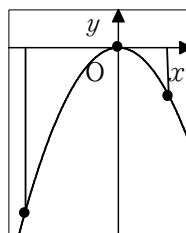
(1) $y = 2 x^2$



$x = 0$ のとき y は最小値 0 をとる。
 $x = -3$ のとき y は最大値をとる。

$0 \leq y \leq 18$

(2) $y = -4 x^2$



$x = 0$ のとき y は最大値 0 をとる。
 $x = -3$ のとき y は最小値をとる。

$-36 \leq y \leq 0$

3 関数 $y = a x^2$ で, x の値が -2 から 6 まで増加するとき, 変化の割合は 2 です。 a の値を求めなさい。

x の増加量は, $6 - (-2) = 8$

$x = -2$ のとき, $y = a \times (-2)^2 = 4a$

$x = 6$ のとき, $y = a \times 6^2 = 36a$

y の増加量は, $36a - 4a = 32a$

変化の割合が 2 より $\frac{32a}{8} = 2$ が成り立つ。

したがって, $a = \frac{1}{2}$

$a = \frac{1}{2}$

4 右の図は, 関数 $y = a x^2$ のグラフです。次の間に答えなさい。

(1) 比例定数 a の値を求めなさい。

(2, -2) を通るので, $y = a x^2$ に代入

$-2 = a \times 2^2$ したがって $a = -\frac{1}{2}$

$a = -\frac{1}{2}$

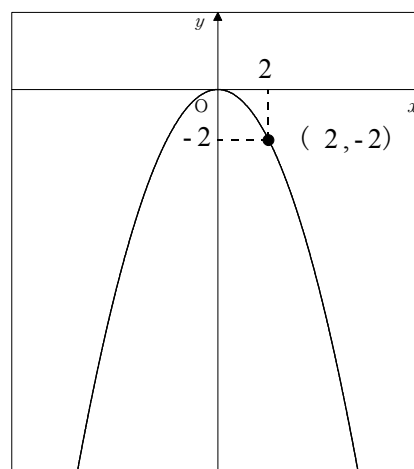
(2) x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$x = 2$ のとき, $y = -\frac{1}{2} \times 2^2 = -2$

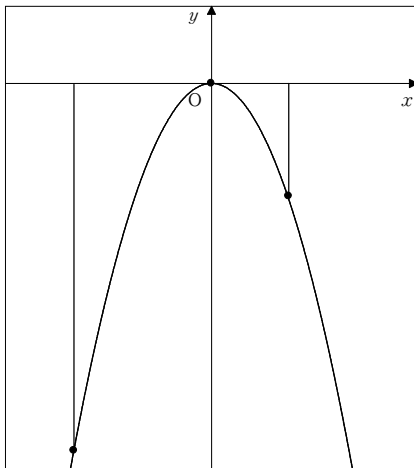
$x = 4$ のとき, $y = -\frac{1}{2} \times 4^2 = -8$

変化の割合は, $\frac{-8 - (-2)}{4 - 2} = -3$

-3



(3) x の変域を $-6 \leq x \leq 3$ とするとき、 y の最小値と最大値を求めなさい。



$x = 0$ のとき y は最大値 0 をとる。
 $x = -6$ のとき y は最小値をとる。

最小値は -18 ，最大値は 0

1 1 関数 $y = a x^2$ ② ～関数 $y = a x^2$ の値の変化～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 関数 $y = a x^2$ について、次のそれぞれの場合の a の値を求めなさい。

(1) x の値が3から5まで増加するときの変化の割合が -2 である。

$$x=3 \text{ のとき, } y=a \times 3^2=9a$$

$$x=5 \text{ のとき, } y=a \times 5^2=25a$$

$$\text{したがって, 変化の割合は, } \frac{25a-9a}{5-3} = \frac{16a}{2} = 8a$$

$$8a = -2$$

$$a = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

変化の割合が -2 であることから

(2) x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 6$ である。

x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の最小値が0ということから $y = a x^2$ の a は正であることが分かる。

グラフは y 軸について線対称なので、 x の絶対値が大きいほど y の値は大きくなる。

したがって、 $x=3$ のとき、 y は最大値6をとることが分かる。

$$6 = a \times 3^2 \text{ より } a = \frac{2}{3}$$

$$a = \frac{2}{3}$$

(3) x の値が2から4まで増加するときの変化の割合が、 $y = 2x + 1$ の変化の割合と等しい。

$y = 2x + 1$ の変化の割合は2

$$x=2 \text{ のとき, } y=a \times 2^2=4a$$

$$x=4 \text{ のとき, } y=a \times 4^2=16a$$

$$\text{変化の割合は, } \frac{16a-4a}{4-2} = 6a. \quad 6a = 2 \text{ となるので}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

2 関数 $y = \frac{1}{2} x^2$ について、 x の値が m から $m+6$ まで増加するときの変化の割合が5のとき、 m の値を求めなさい。

$$x=m \text{ のとき, } y = \frac{1}{2} m^2$$

$$x=m+6 \text{ のとき, } y = \frac{1}{2} (m+6)^2$$

$$\text{したがって 変化の割合は, } \frac{\frac{1}{2} (m+6)^2 - \frac{1}{2} m^2}{(m+6) - m}$$

$$= \frac{(m+6)^2 - m^2}{12} = \frac{12m + 36}{12} = m + 3$$

変化の割合が5であることから

$$m + 3 = 5$$

$$m = 2$$

$$m = 2$$

3 右の図のように、関数 $y = a x^2$ のグラフ上に、 x 座標がそれぞれ2、6となる2点A、Bをとります。直線ABの傾きが4のとき、 a の値を求めなさい。

$$x=2 \text{ のとき, } y=a \times 2^2=4a$$

$$x=6 \text{ のとき, } y=a \times 6^2=36a$$

したがって直線の傾きは

$$\frac{36a-4a}{6-2} = \frac{32a}{4} = 8a$$

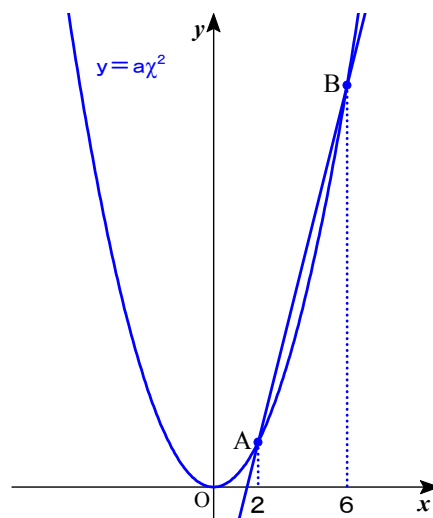
(H19宮城県入試問題)

傾きが4であることから

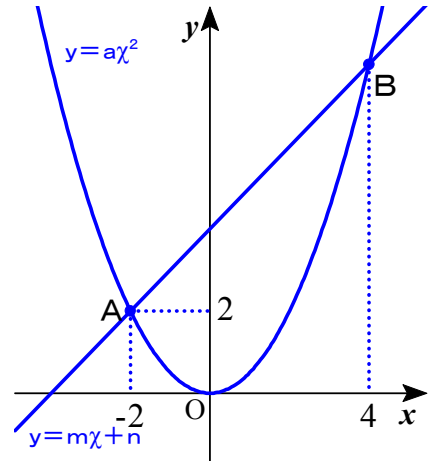
$$8a = 4$$

$$a = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2}$$



- 3 右の図のように、関数 $y = a x^2$ のグラフと直線 $y = m x + n$ が、2点A、Bで交わっています。点A $(-2, 2)$ 、点Bの x 座標は4です。次の問に答えなさい。



- (1) a の値を求めなさい。

点A $(-2, 2)$ は $y = a x^2$ 上の点であるから、
 $x = -2$, $y = 2$ を代入すると、

$$\begin{aligned} 2 &= a \times (-2)^2 \\ 2 &= 4a \\ 4a &= 2 \\ a &= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}$$

- (2) 関数 $y = a x^2$ で、変域 $-2 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域を求めなさい。

(1)よりグラフの式は、 $y = \frac{1}{2} x^2$

したがって、 y の変域は

$$0 \leq y \leq 8$$

$$x = -2 \text{ のとき, } y = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$$

$$x = 4 \text{ のとき, } y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$$

$$x = 0 \text{ のとき, } y = 0$$

$$0 \leq y \leq 8$$

- (3) m , n を求めなさい。

(1), (2)より点A, Bの座標は、

点A $(-2, 2)$

点B $(4, 8)$

この2点を通る直線の式を求めればよい。

$y = m x + n$ に代入し、連立方程式を解くと、

$$\begin{cases} 2 = -2m + n \cdots \text{①} \\ 8 = 4m + n \cdots \text{②} \end{cases}$$

①-②より

$$\begin{aligned} -6 &= -6m \\ m &= 1 \cdots \text{③} \end{aligned}$$

③を①に代入

$$\begin{aligned} 2 &= -2 \times 1 + n \\ -n &= -2 - 2 \\ -n &= -4 \\ n &= 4 \end{aligned}$$

$$m = 1, n = 4$$

- (4) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

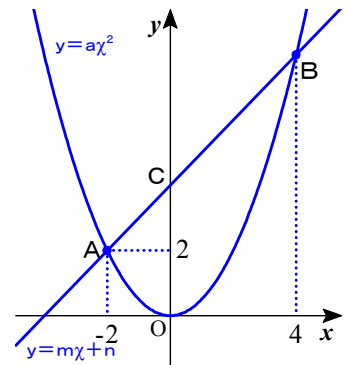
直線 $y = x + 4$ と y 軸との交点をC $(0, 4)$ とする。

$\triangle AOB$ の面積を図①($\triangle AOC$)と図②($\triangle BOC$) に分けて求める。

$$\text{① } \triangle AOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

$$\text{② } \triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$$\text{したがって, } \triangle AOB = 4 + 8 = 12$$



$$12$$

12 関数 $y = a x^2$ ③～関数 $y = a x^2$ の利用～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 ふりこが1往復するのにかかる時間を周期といいます。周期が x 秒のふりこの長さを y cm とすると、およそ次のような関係があります。

$$y = \frac{1}{4} x^2$$

ふりこの長さが16cmのとき、周期は何秒になりますか。

y はふりこの長さであるから、 $y = 16$ を代入し、
 x (周期) を求めればよい。

$$\begin{array}{l|l} 16 = \frac{1}{4} x^2 & x^2 = 64 \\ \frac{1}{4} x^2 = 16 & x = \pm 8 \\ & x \text{ は正の数なので, } x = 8 \end{array}$$

8 秒

- 2 ボールが斜面を転がり始めてから x 秒間に転がる距離を y m とすると、 $y = a x^2$ という関係があります。ボールが転がり始めてから3秒間に転がった距離を3mとして次の問に答えなさい。

- (1) x を y の式で表しなさい。

3秒後に3m転がったことから
 $x = 3$, $y = 3$ を $y = a x^2$ に代入すると

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} 3 = a \times 3^2 \\ 9a = 3 \\ a = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \end{array} & \begin{array}{l} \text{したがって求める関数は} \\ y = \frac{1}{3} x^2 \end{array} \end{array}$$

$$y = \frac{1}{3} x^2$$

- (2) 転がり始めてから6秒間にボールが転がる距離を求めなさい。

- (1)で求めた関数に、 $x = 6$ を代入すると、

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3} \times 6^2 \\ &= \frac{1}{3} \times 36 \\ &= 12 \end{aligned}$$

12 m

- (3) 3秒後から6秒後までの平均の速さを求めなさい。

$$x = 3 \text{ のとき, } y = \frac{1}{3} \times 3^2 = 3$$

$$x = 6 \text{ のとき, } y = \frac{1}{3} \times 6^2 = 12$$

$$\text{したがって, 平均の速さは } \frac{12 - 3}{6 - 3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ (m/秒)}$$

3 m/秒

- (4) ボールが27m転がるのは、転がり始めてから何秒後か求めなさい。

$$y = \frac{1}{3} x^2 \text{ に } y = 27 \text{ を代入すると}$$

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} 27 = \frac{1}{3} x^2 \\ 81 = x^2 \\ x^2 = 81 \\ x = \pm 9 \end{array} & \begin{array}{l} x \text{ は正の数なので} \\ x = 9 \end{array} \end{array}$$

9 秒後

12 関数 $y = ax^2$ ③～関数 $y = ax^2$ の利用～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 車がブレーキをかけて、きき始めてから止まるまでに進む距離を制動距離といいます。制動距離は、およそ車の速さの2乗に比例します。時速30kmで走っているときの制動距離を6mとしたとき、次の問に答えなさい。

- (1) 時速60kmのとき、制動距離は何mになりますか。

速さを x 、制動距離を y とする。制動距離は速さの2乗に比例するので、その関係を表に表すと、下のようになる。

x	30	60
x^2	900	3600
y	6	

速さの2乗が4倍なので、制動距離も4倍になる。 $6 \times 4 = 24$

24 m

- (2) 時速 x kmのときの制動距離を y mとして、 y を x の式で表しなさい。

2乗に比例する関数の式は、 $y = ax^2$

時速30kmのとき、制動距離が6mを代入すると

$$6 = a \times 30^2 \quad \text{より} \quad a = \frac{6}{900} = \frac{1}{150}$$

$$y = \frac{1}{150} x^2$$

- (3) 制動距離を30m以下にしようと思います。車の時速はおよそ何km以下にすればよいですか。制動距離を30mと考えると

$$30 = \frac{1}{150} x^2$$

$$x^2 = 30 \times 150$$

$$= 4500$$

$$x \text{ は正なので } x = \sqrt{4500} = 30\sqrt{5}$$

$\sqrt{5}$ は約2.23なので $30\sqrt{5}$ はおよそ66となり
およそ時速66km以下

およそ時速66km以下

- 2 右の図のような1辺6cmの正方形ABCDがあります。

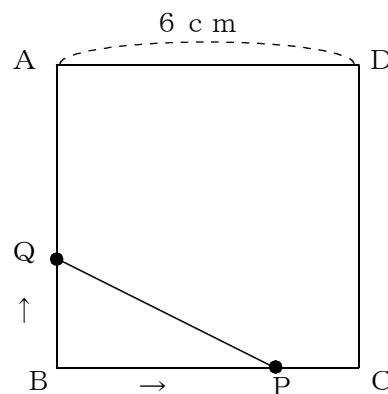
点Pは、秒速2cmで周上をBからCを通ってDまで動きます。

点Qは、点Pと同時に出発して、秒速1cmで周上をBからAまで動きます。点P、QがBを出発してから x 秒後の $\triangle BPQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とすると、次の問に答えなさい。

- (1) $x = 2$ のときの y の値を求めなさい。

$$BP = 4 \text{ cm}, \quad BQ = 2 \text{ cm}$$

$$y = 4 \times 2 \times \frac{1}{2} = 4$$

4 cm²

- (2) $0 \leq x \leq 3$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

$0 \leq x \leq 3$ のとき、PはBC上、QはBA上にあるので、 $\triangle BPQ$ の底辺と高さはBP、BQの長さとなる。

x 秒後の長さは $BP = 2x$ 、 $BQ = x$ なので $y = 2x \times x \times \frac{1}{2} = x^2$

$$y = x^2$$

- (3) $3 \leq x \leq 6$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

$3 \leq x \leq 6$ のとき、PはCD上、QはBA上にあるので、 $\triangle BPQ$ の底辺はBQの長さ、高さは常に6cmとなる。 x 秒後の長さは $BQ = x$ 、高さ=6なので $y = x \times 6 \times \frac{1}{2} = 3x$

$$y = 3x$$

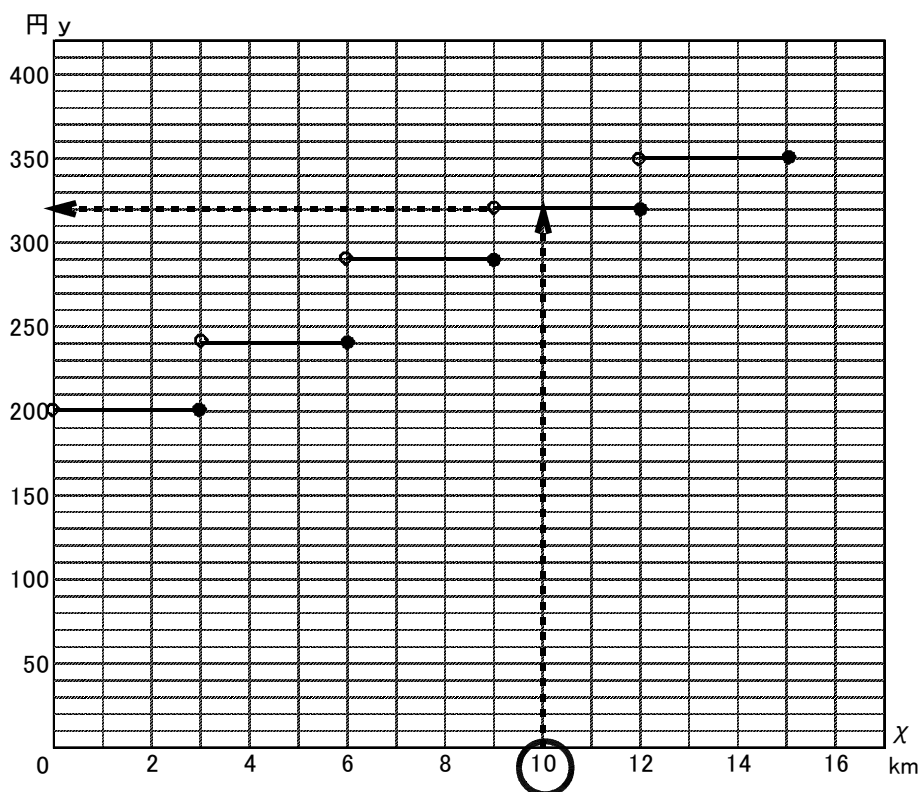
1 3 関数 $y = ax^2$ ③ ~いろいろな関数~

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 仙台市の地下鉄の乗車距離と運賃の関係は下の表の通りに定められています。
このとき、次の問に答えなさい。

距離 (km)	3 km まで	6 km まで	9 km まで	12 km まで	15 km まで
運賃 (円)	200 円	240 円	290 円	320 円	350 円

- (1) 距離を x km, 運賃を y 円としたとき, x と y の関係をグラフに表しなさい。
※グラフで, 端の点をふくむ場合は ●, ふくまない場合は ○ を使って表します。



- (2) $x = 10$ のときの y の値を求めなさい。

グラフの矢印 (点線) のようにグラフを読む。

320

- (3) y は x の関数ですか。理由をつけて答えなさい。

(例) x の値を決めると, それに対応する y の値がただ一つ存在するので, y は x の関数である。

- (4) x は y の関数ですか。理由をつけて答えなさい。

(例) y の値を決めても, それに対応する x の値が複数存在するので, x は y の関数ではない。

13 関数 $y = ax^2$ ③ ~いろいろな関数~

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 宮城県内にゆうパック一般小包送るときの料金は、下の表のように定められています。
このとき次の問いに答えなさい。

長さの合計	60cm まで	80cm まで	100cm まで	120cm まで	140cm まで	160cm まで	170cm まで
料 金	600 円	800 円	1000 円	1200 円	1400 円	1600 円	1700 円

※長さの合計とは、小包の縦、横、高さの和を表しています。

- (1) 長さの合計を x cm, そのときの料金を y 円としたとき, y は x の関数といえますか。
表より, 長さの合計を 1 つに決めると, 料金がただ 1 つに決まる
ので, y (料金) は x (長さの合計) の関数といえる。

いえる

- (2) 小包の長さの合計が次のときの料金を求めなさい。

① 85cm

② 149cm

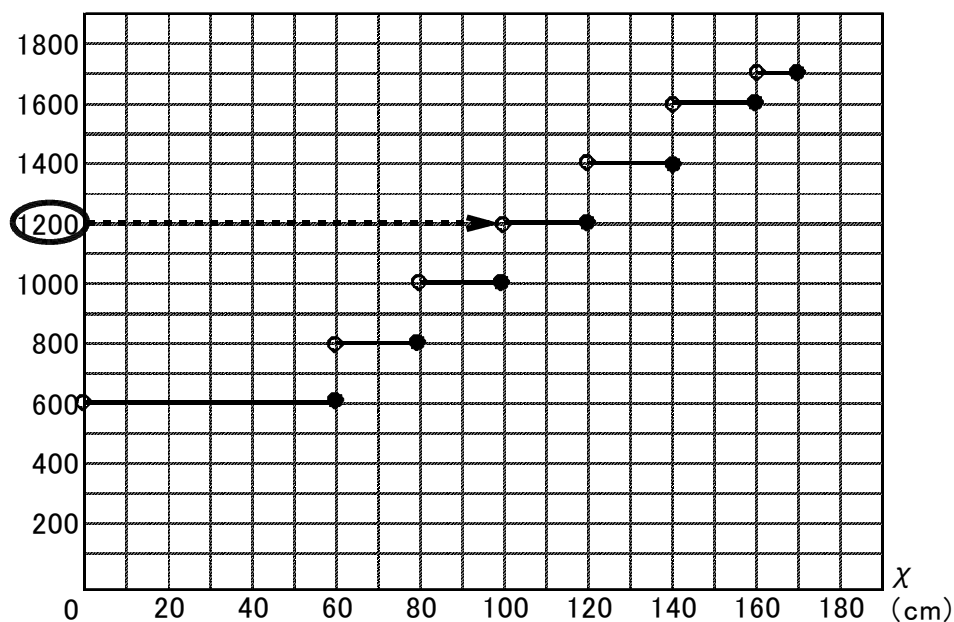
1000円

1600円

- (3) y と x の関係をグラフに表しなさい。

※グラフで, 端の点をふくむ場合は $\bullet$, ふくまない場合は $\circ$ を使って表します。

(円) y



(4) $y = 1200$ のときの x の変域を求めなさい。

グラフで矢印（点線）のように見る。

当てはまるグラフ部分の範囲を読み取る。

$$100 < x \leq 120$$

2 右のグラフは、S市のタクシーの走った距離と料金をグラフに表したものです。

x km 走ったときの料金を y 円としたとき、次の間に答えなさい。

(1) 4.5 km 走ったときの料金はいくらですか。

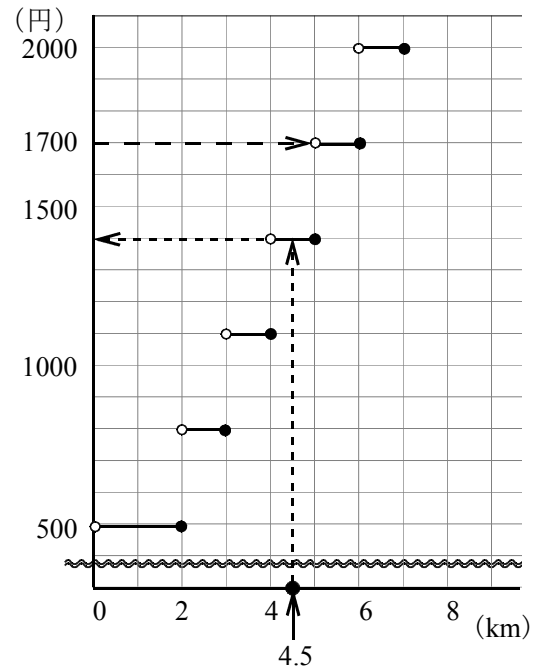
グラフで矢印（-----の点線）のように見る。

1400円

(2) 1700円はらったとき、走った距離 x の範囲を、不等号を用いて表しなさい。

グラフで矢印（-----の点線）のように見る。

$$4 < x \leq 6$$



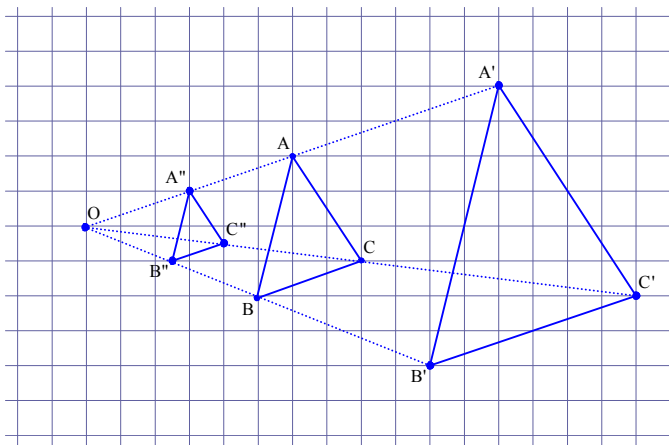
1 4 相似な図形① ～相似な図形～

学年

組

氏名

- 1 右の図に、点Oを相似の中心として、
 $\triangle ABC$ を2倍に拡大した $\triangle A'B'C'$ と
 $\frac{1}{2}$ 倍に縮小した $\triangle A''B''C''$ をそれぞれ
 かきなさい。



- 2 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、次の問に答えなさい。

- (1) 相似比を求めなさい。

相似比は対応する辺の長さの比になるから、

$$12 : 8 = 3 : 2$$

$$3 : 2$$

- (2) $\angle F$ の大きさを求めなさい。

相似な図形では対応する角の
 大きさは等しい。

$$70^\circ$$

- (3) 辺EFの長さを求めなさい。

相似な図形では、対応する辺の比は相似比に等しいので、
 EFの長さを x とすると

$$\begin{aligned} 15 : x &= 3 : 2 \\ 3x &= 30 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

$$10 \text{ cm}$$

- 3 次の x の値を求めなさい。

$$(1) 3 : 4 = x : 16$$

$$\begin{aligned} 4 \times x &= 3 \times 16 \\ 4x &= 48 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

$$12$$

$$(2) 4 : 9 = 2 : x$$

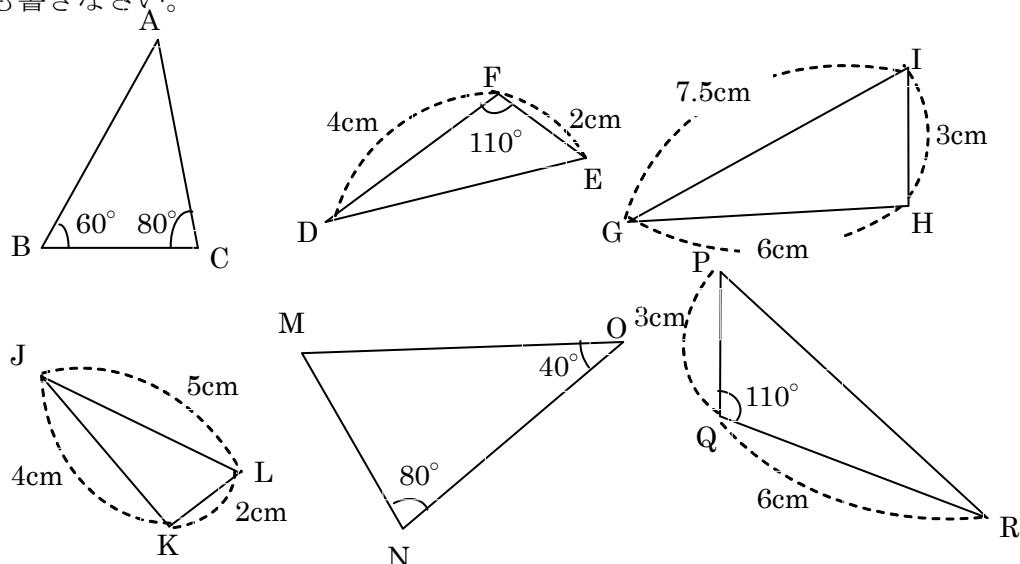
$$\begin{aligned} 4 \times x &= 2 \times 9 \\ 4x &= 18 \\ x &= \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{9}{2} \quad (4.5)$$

1 4 相似な図形① ～相似な図形～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 下の図で相似な三角形の組をすべて選び出し、記号 $\sim$ を使って表しなさい。また、その相似条件も書きなさい。



$\triangle ABC \sim \triangle OMN$ (2組の角がそれぞれ等しい)
 $\triangle DEF \sim \triangle RPQ$ (2組の辺の比が等しく、その間の角が等しい)
 $\triangle GHI \sim \triangle JKL$ (3組の辺の比が等しい)

- 2 次の x の値を求めなさい。

(1) $x : 5 = 4 : 15$

$$\begin{aligned}
 x \times 15 &= 5 \times 4 \\
 15x &= 20 \\
 x &= \frac{20}{15} = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\frac{4}{3}$$

(2) $24 : 9 = x : 6$

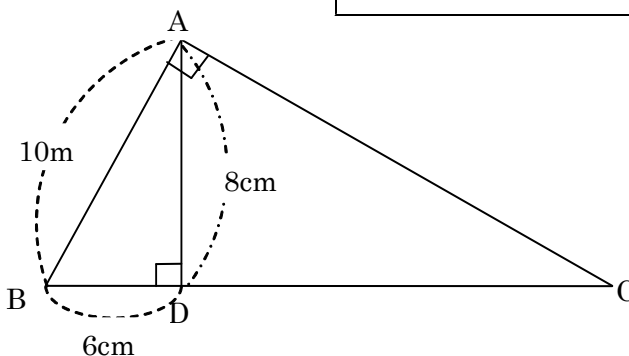
$$\begin{aligned}
 9 \times x &= 24 \times 6 \\
 9x &= 144 \\
 x &= \frac{144}{9} = 16
 \end{aligned}$$

$$16$$

- 3 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ です。
辺BC, ACの長さをそれぞれ求めなさい。

相似比は $AB : DB = 10 : 6 = 5 : 3$
 したがって
 $(BC : BA =) BC : 10 = 5 : 3$
 $(AC : DA =) AC : 8 = 5 : 3$
 この比例式から、求めればよい。

$$BC = \frac{50}{3} \text{ cm}, \quad AC = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

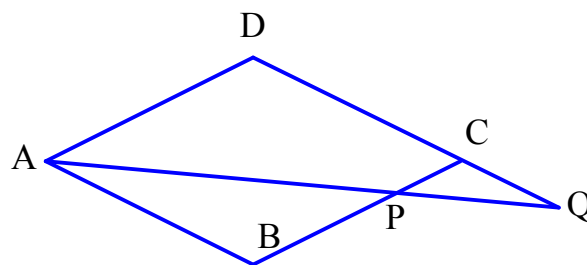


- 4 右の図のように、ひし形 $ABCD$ の辺 BC 上に点 P をとり、直線 AP と直線 DC との交点を Q とします。

(1) $\angle CDA$ と等しい角をすべて答えなさい。

(H18宮城県入試問題)

※ひし形の向かい合う角の大きさは等しいこと、平行線の同位角、錯角が等しいことを使う。



$\angle ABC$, $\angle QCP$

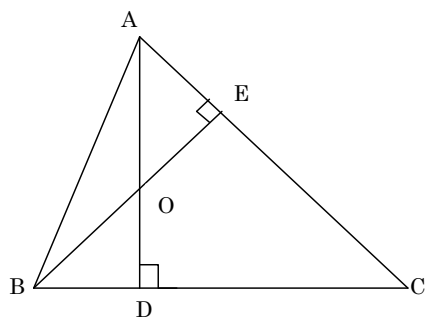
(2) $\triangle BPA \sim \triangle CPQ$ を証明しなさい。(H18宮城県入試問題)

(例) $\triangle BPA$ と $\triangle CPQ$ において
対頂角は等しいから
 $\angle BPA = \angle CPQ$ …①
平行線の錯角は等しいから
 $\angle ABP = \angle QCP$ …②
①, ②より 2組の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle BPA \sim \triangle CPQ$

1 4 相似な図形① ～相似な図形～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 $\triangle ABC$ において、頂点A, Bから辺BC, CAにそれぞれ垂線AD, BEをひき、その交点をOとします。このとき、 $\triangle ADC \sim \triangle BDO$ であることを証明しなさい。



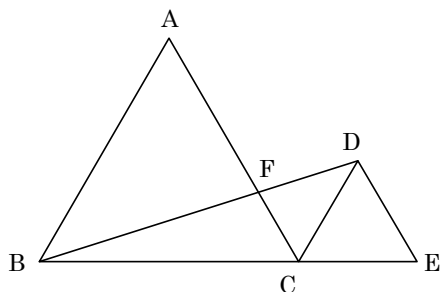
(例) $\triangle ADC$ と $\triangle BDO$ において
 $\angle ADC = \angle BDO = 90^\circ$ (仮定) ...①
 $\triangle ADC$ は $\angle D = 90^\circ$ の直角三角形より
 $\angle C + \angle CAD = 90^\circ$...②
 同様に $\triangle EBC$ も $\angle E = 90^\circ$ の直角三角形より
 $\angle C + \angle OBC = 90^\circ$...③
 ②, ③より
 $\angle CAD = \angle OBC$...④
 ①, ④より2組の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle ADC \sim \triangle BDO$

- 2 身長が150 cmのAさんの影の長さが60 cmのとき、校舎の影の長さは6.6 mでした。校舎の長さを求めなさい。

校舎の高さを x mとする。
 Aさんの身長は、150 cmで、影の長さが60 cm
 校舎の高さは、 x mで、影の長さが6.6 m
 それぞれの比は等しくなるから、
 $150 : 60 = x : 6.6$
 $60x = 150 \times 6.6$
 $60x = 990$
 $x = 16.5$

16.5 m

- 3 下の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DCE$ です。ACとBDの交点をFとするととき、 $\triangle ABF \sim \triangle DCF$ を証明しなさい。



(例) $\triangle ABF$ と $\triangle DCF$ において
 $\angle AFB = \angle DFC$ (対頂角) ...①
 $\triangle ABC \sim \triangle DCE$ より対応する角は等しいので、
 $\angle ABC = \angle DCE$
 同位角が等しいから、 $AB \parallel DC$
 平行線の錯角は等しいので
 $\angle ABF = \angle CDF$...②
 ①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle ABF \sim \triangle DCF$

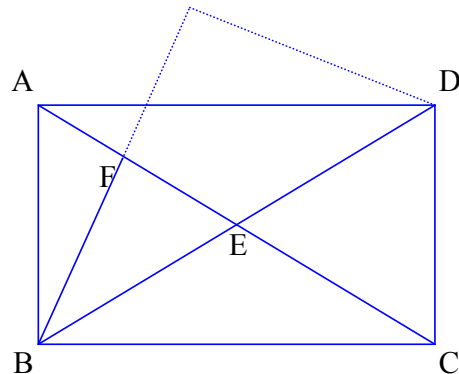
- 4 下の図のように、 $AB < BC$ である長方形 $ABCD$ の、対角線 AC と BD の交点を E とします。この長方形を線分 BD を折り目として折り返したとき、辺 BC が線分 AE と交わる点を F とします。折り返した長方形をもとにもどし、点 B と点 F を結びます。ただし、 $\triangle ABE$ は正三角形ではないものとします。

次の(1)～(3)の間に答えなさい。(H19宮城県入試問題)

- (1) $\angle EBF$ と同じ大きさの角がいくつありますか。そのうち1つの角を答えなさい。

※図形を折り返す問題では、折り返す前と重なる角は等しいことに注目する。

(例) $\angle EBC$



- (2) 図の実線で囲まれた三角形のうち、 $\triangle EBF$ と相似な三角形を答えなさい。

※等しい角に印をつけていく。
2組の角が等しくなった三角形は相似である。

$\triangle BCF$

- (3) $BF = 4 \text{ cm}$ 、 $CF = 6 \text{ cm}$ のとき、線分 EF の長さを求めなさい。

(2)より、 $\triangle EBF \sim \triangle BCF$
したがって、対応する辺の比は等しいので

$$BF : CF = EF : BF$$

$$4 : 6 = EF : 4$$

$$6EF = 16$$

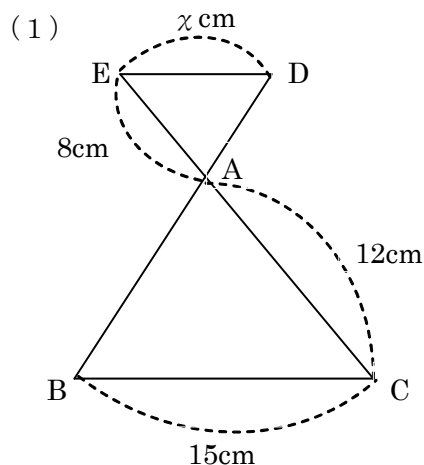
$$EF = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

$\frac{8}{3} \text{ cm}$

15 相似な図形 ② ～平行線と比～

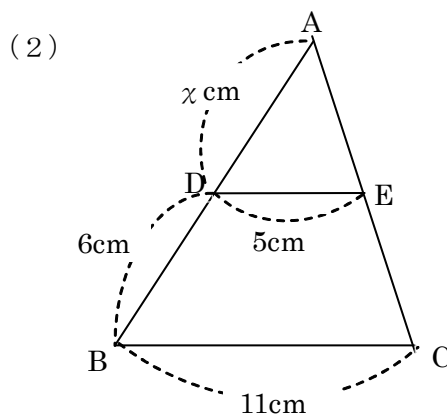
学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の図で、 $DE \parallel BC$ のとき、 x の値を求めなさい。



$$\begin{aligned} \triangle ABC &\sim \triangle ADE \text{ より} \\ 12 : 8 &= 15 : x \\ 12x &= 120 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

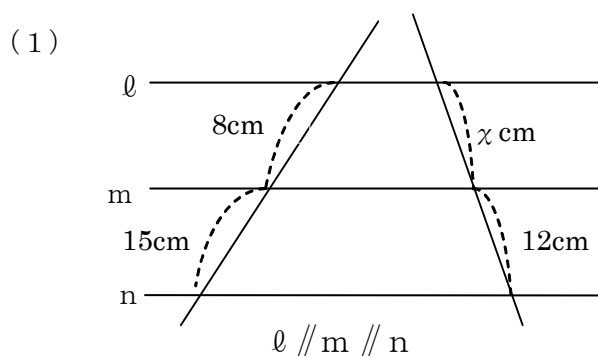
10 cm



$$\begin{aligned} \triangle ABC &\sim \triangle ADE \text{ より} \\ (x+6) : x &= 11 : 5 \\ 5(x+6) &= 11x \\ 5x+30 &= 11x \\ 5x-11x &= -30 \\ -6x &= -30 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

5 cm

2 次の図で、 x 、 y の長さを求めなさい。

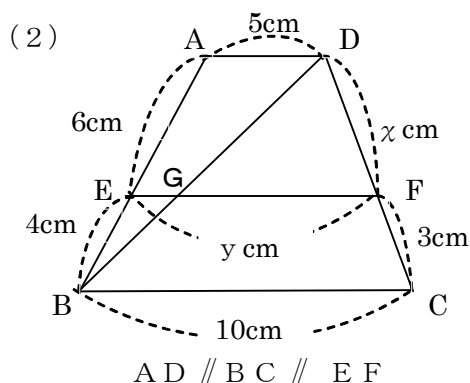


$$\begin{aligned} \text{平行線と線分の比より} \\ 8 : 15 &= x : 12 \\ 15x &= 96 \end{aligned}$$

$$x = \frac{96}{15} = \frac{32}{5}$$

$\frac{32}{5}$ cm

※ x の長さは(1)と同じ方法で求める。
※ y の長さは、EFとBDの交点をGとし、EG、FGの長さをそれぞれ $\triangle BAD$ 、 $\triangle DBC$ で三角形と比の定理を用いてから求める。



$AD \parallel BC \parallel EF$

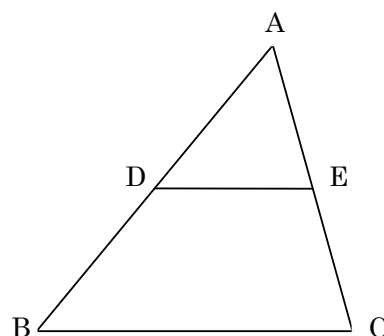
$x = \frac{9}{2}$ cm, $y = 8$ cm

3 右の図で、D、EはそれぞれAB、ACの中点です。

このとき、BCとDEにはどんな関係が成り立ちますか。

また、 $BC = 10$ cm のとき、DEの長さを求めなさい。

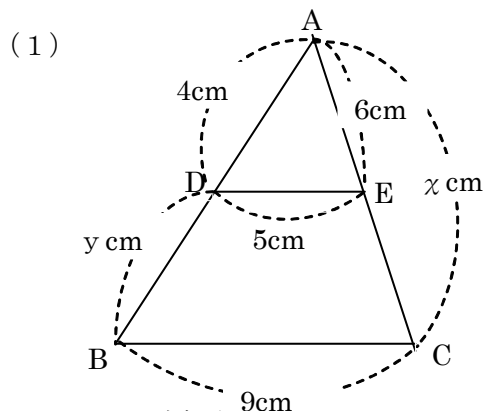
$BC \parallel DE$, $BC = 2DE$ (中点連結定理), $DE = 5$ cm



15 相似な図形 ② ～平行線と比～

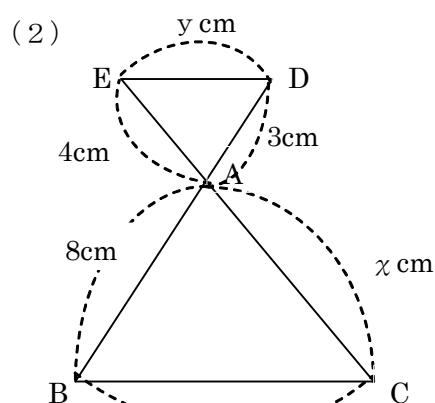
学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の図で、 $DE \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を求めなさい。



※ $6 : x = 5 : 9$ を解く。
 ※ x を求めたら、 EC を求め、
 $4 : y = 6 : EC$ を解く。

x	$\frac{54}{5}$ cm	y	$\frac{16}{5}$ cm
-----	-------------------	-----	-------------------



※ $4 : x = 3 : 8$ を解く。
 ※ $y : 9 = 3 : 8$ を解く。

x	$\frac{32}{3}$ cm	y	$\frac{27}{8}$ cm
-----	-------------------	-----	-------------------

2 右の図の $\triangle ABC$ で、辺 AB 、 BC 、 CA の中点をそれぞれ D 、 E 、 F とすると、 $\triangle DEF$ の周の長さを求めなさい。

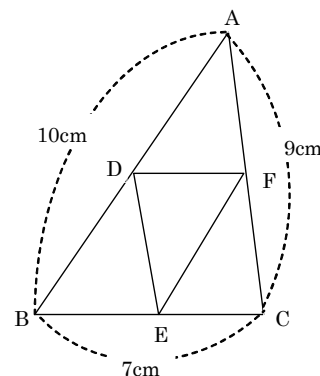
点 D 、 F が AB 、 AC の中点であるから したがって
 中点連結定理より

$$DF = \frac{1}{2} BC \text{ となる。}$$

$$\text{同様に } DE = \frac{1}{2} AC, EF = \frac{1}{2} AB$$

$$\begin{aligned} DE + EF + FD &= \frac{1}{2}(AB + BC + CA) \\ &= \frac{1}{2} \times (10 + 7 + 9) = 13 \end{aligned}$$

13 cm



3 右の図の四角形 $ABCD$ の辺 AB 、 BC 、 CD 、 DA の中点をそれぞれ E 、 F 、 G 、 H とすると、四角形 $EFGH$ は平行四辺形となることを証明しなさい。

(例) 対角線 BD をひく。

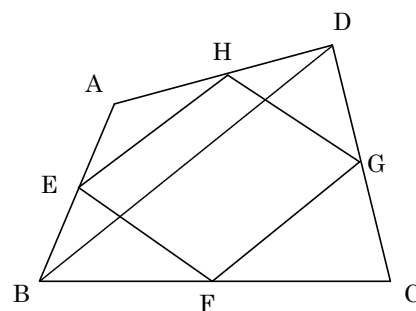
$\triangle ABD$ において、 E 、 H は AB 、 AD の中点より、

$$BD \parallel EH, BD = 2EH \quad \cdots \textcircled{1}$$

同様に、 $\triangle CDB$ において $BD \parallel GF, BD = 2GF \quad \cdots \textcircled{2}$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より, } EH \parallel GF, EH = GF$$

向かい合う一組の対辺が平行で長さが等しいので、
 四角形 $EFGH$ は平行四辺形である。



15 相似な図形② ～平行線と比～

学年

組

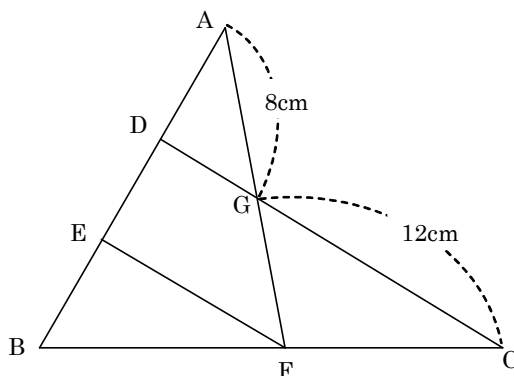
氏名

- 1 右の図で $AD = DE = EB$, F は辺 BC の中点,
 G は AF と DC の交点であるとき, 次の線分の長
 さを求めなさい。

(1) GF

$\triangle BCD$ において, 点 E, F は辺 BD, BC の中点より,
 $EF \parallel CD$ である。
 $\triangle AEF$ において, 点 D は AE の中点であるから,
 点 G も AF の中点となる。
 したがって, $GF = 8$

8 cm

(2) EF $\triangle AEF$ において, 点 D, G は中点よりまた, $CD = DG + 12$ より

$$4EF = EF + 24$$

$$DG = \frac{1}{2}EF$$

$$2EF = \frac{1}{2}EF + 12$$

$$3EF = 24$$

$$EF = 8$$

 $\triangle BCD$ において, 点 E, F は中点より

$$CD = 2EF$$

8 cm

- 2 右の図で, $AB \parallel EF \parallel CD$ であるとき,
 EF の長さを求めなさい。

 $AB \parallel CD$ より, $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ したがって, $BE : EC = 8 : 6 = 4 : 3 \dots \textcircled{1}$ $\triangle BDC$ において, $EF \parallel CD$ より

$$EF : CD = BE : BC \dots \textcircled{2}$$

 $\textcircled{1}$ の $BE : EC = 4 : 3$ より

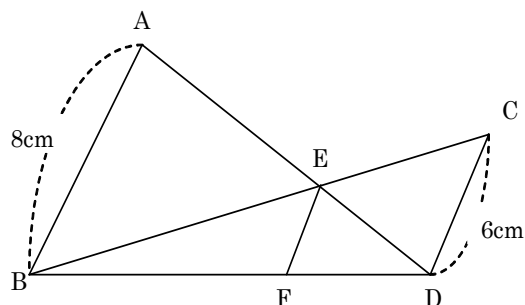
$$BE : BC = 4 : (4 + 3) = 4 : 7 \text{ であるから}$$

 $\textcircled{2}$ は, $EF : CD = 4 : 7$ となる。

$$EF : 6 = 4 : 7$$

$$7EF = 24$$

$$EF = \frac{24}{7}$$

 $\frac{24}{7}$ cm

- 3 右の図で, $\triangle AFD$ の面積と $\triangle CEF$ の面積が
 等しいとき, 辺 BE の長さを求めなさい。

 AE, DC をひく。 $\triangle AFD$ と $\triangle CEF$ の面積が等しくなる
 のは, AE と DC が平行になるときである。

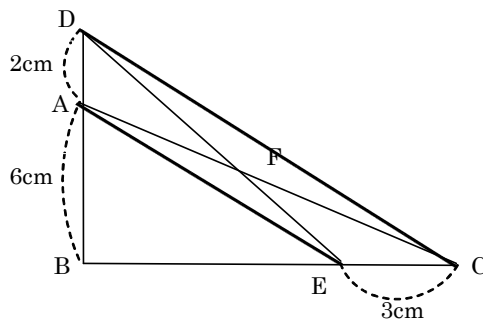
したがって,

$$6 : 2 = BE : 3$$

$$2BE = 18$$

$$BE = 9$$

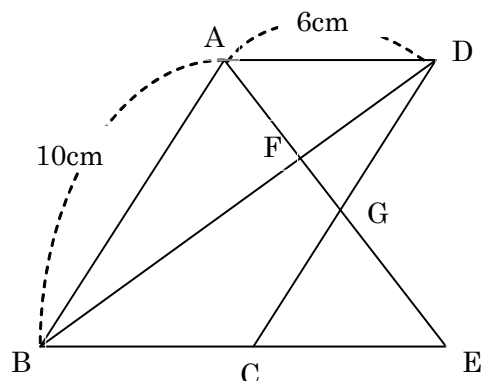
9 cm



- 4 下の図のように、 $AB = 10 \text{ cm}$ 、 $AD = 6 \text{ cm}$ 、 $\angle ABC < 90^\circ$ である平行四辺形 $ABCD$ において、 $\angle DAB$ の二等分線と辺 BC を C の方向に延長した直線との交点を E とします。線分 AE と対角線 BD 、辺 CD との交点をそれぞれ F 、 G とします。

あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。

(H20宮城県入試問題)



- (1) $\triangle ABF$ と相似な三角形を答えなさい。

※平行線の同位角，錯角が等しいこと，
角の2等分線から等しい角を探し，
2角が等しくなる三角形を探せばよい。

$\triangle GDF$

- (2) 線分 AG と線分 GE の長さの比を求めなさい。

AE は $\angle DAB$ の二等分線であるから， $\angle DAE = \angle BAE \dots ①$
 $AD \parallel BE$ より，錯角は等しいので， $\angle DAE = \angle AEB \dots ②$
 ①，②より， $\angle BAE = \angle AEB$
 したがって $\triangle BAE$ は $BA = BE$ の二等辺三角形である。
 つまり， $BE = AB = 10 \text{ cm} \dots ③$
 また平行四辺形の性質より， $BC = 6 \text{ cm} \dots ④$
 ③，④より $CE = 10 - 6 = 4 \text{ cm}$

$\triangle AGD \sim \triangle EGC$ より
 $AG : GE = AD : CE$
 $= 6 : 4$
 $= 3 : 2$

$3 : 2$

- (3) $GE = 3 \text{ cm}$ のとき，線分 FG の長さを求めなさい。

$AD \parallel BE$ より， $\triangle AFD \sim \triangle EFB$
 相似比は， $6 : 10 = 3 : 5$
 したがって， $AF : FE = 3 : 5 \dots ①$
 また，(2)より $AG : GE = 3 : 2 \dots ②$
 $GE = 3$ であるから，②より
 $AG : 3 = 3 : 2$
 $2AG = 9$
 $AG = \frac{9}{2}$
 $AE = AG + GE$
 $= \frac{9}{2} + 3$
 $= \frac{15}{2}$

$$①より AF = \frac{3}{8} AE = \frac{3}{8} \times \frac{15}{2} = \frac{45}{16}$$

$$\begin{aligned} FG &= AE - AF - GE \\ &= \frac{15}{2} - \frac{45}{16} - 3 \\ &= \frac{120 - 45 - 48}{16} \\ &= \frac{27}{16} \end{aligned}$$

$\frac{27}{16} \text{ cm}$

16 相似な図形 ③ ～相似な図形の面積と体積～

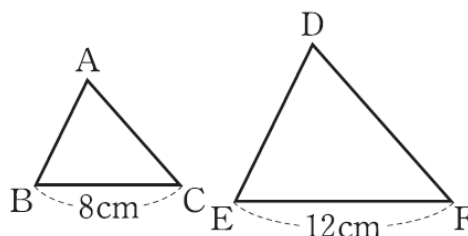
学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 右の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似です。

このとき次の各問に答えなさい。

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

2 : 3



(2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の面積の比を求めなさい。

面積の比は相似比の2乗に等しいから
 $2^2 : 3^2$
 $= 4 : 9$

4 : 9

(3) $\triangle ABC$ の面積が 24 cm^2 のとき、 $\triangle DEF$ の面積を求めなさい。

$\triangle ABC : \triangle DEF = 4 : 9$ であるから
 $24 : \triangle DEF = 4 : 9$
 $4\triangle DEF = 216$
 $\triangle DEF = 54$

54 cm^2

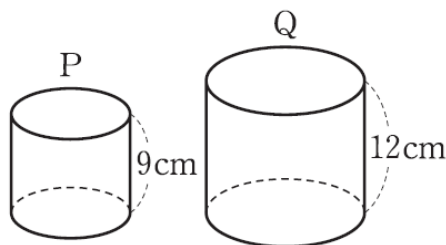
2 右の2つの円柱P, Qは相似な立体です。

このとき次の各問に答えなさい。

(1) PとQの相似比を求めなさい。

相似比は対応する辺の
長さの比に等しいので
 $9 : 12 = 3 : 4$

3 : 4



(2) PとQの表面積の比を求めなさい。

表面積の比は相似比の2乗に等しいから
 $3^2 : 4^2$
 $= 9 : 16$

9 : 16

(3) PとQの体積の比を求めなさい。

体積の比は相似比の3乗に等しいから
 $3^3 : 4^3$
 $= 27 : 64$

27 : 64

(4) Qの体積が $192\pi\text{ cm}^3$ のとき、Pの体積を求めなさい。

(Pの体積) : (Qの体積) = $27 : 64$ より
(Pの体積) : $192\pi = 27 : 64$
(Pの体積) $\times 64 = 27 \times 192\pi$
(Pの体積) = 81π

$81\pi\text{ cm}^3$

16 相似な図形 ③ ～相似な図形の面積と体積～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

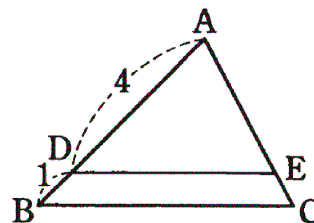
1 右の図で、 $AD : DB = 4 : 1$ 、 $DE \parallel BC$ です。

このとき次の各問に答えなさい。

(1) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ は相似となります。相似比を求めなさい。

$$AD : AB = 4 : (4 + 1) \\ = 4 : 5$$

4 : 5



(2) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積の比を求めなさい。

$$\text{面積の比は相似比の2乗に等しいから} \\ 4^2 : 5^2 \\ = 16 : 25$$

16 : 25

(2) $\triangle ADE$ と台形DBCEの面積の比を求めなさい。

$$\triangle ADE : \text{台形DBCE} = \triangle ADE : (\triangle ABC - \triangle ADE) \\ = 16 : (25 - 16) \\ = 16 : 9$$

16 : 9

(3) $\triangle ADE$ の面積が 48 cm^2 のとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

$$\triangle ABC \text{の面積を } x \text{ とすると} \\ 48 : x = 16 : 25 \\ 16x = 48 \times 25 \\ x = 75$$

75 cm^2

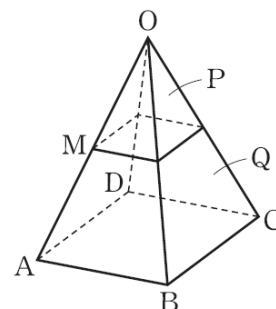
2 右の図は正四角錐です。辺OAの中点をMとし、Mを通り底面に平行な平面で正四角錐を2つの部分P、Qに分けました。

このとき、次の各問に答えなさい。

(1) Pと正四角錐OABCDの体積比を求めなさい。

$$P \text{と}(P+Q) \text{は相似な立体である。} \\ \text{相似比は } 1 : 2 \text{ より} \\ \text{体積の比は } 1 : 2^3 = 1 : 8$$

1 : 8



(2) PとQの体積比を求めなさい。

$$(P \text{の体積}) : (Q \text{の体積}) = 1 : (8 - 1) \\ = 1 : 7$$

1 : 7

(3) Pの体積が 15 cm^3 のとき、Qの体積を求めなさい。

$$15 : (Q \text{の体積}) = 1 : 7 \\ Q \text{の体積} = 105$$

105 cm^3

(4) Qの体積が 42 cm^3 のとき、正四角錐OABCDの体積を求めなさい。

$$\text{まず最初にPの体積を求める。} \\ (P \text{の体積}) : 42 = 1 : 7 \\ 7 \times (P \text{の体積}) = 42 \\ (P \text{の体積}) = 6$$

したがって正四角錐OABCDの体積は

$$P + Q = 6 + 42 = 48$$

48 cm^3

16 相似な図形 ③ ～相似な図形の面積と体積～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 右の図は、三角錐OABCを底面ABCと平行な平面Lで2つの部分P、Qに分けたものです。平面Lは辺OAと点Dで交わっており、 $OD:DA=3:2$ です。

このとき次の各問に答えなさい。

- (1) PとQの体積の比を求めなさい。

Pと(P+Q)は相似である。

相似比は $3:(3+2)=3:5$

体積の比は $3^3:5^3=27:125$

したがって、

Pを27とすれば、P+Qは125

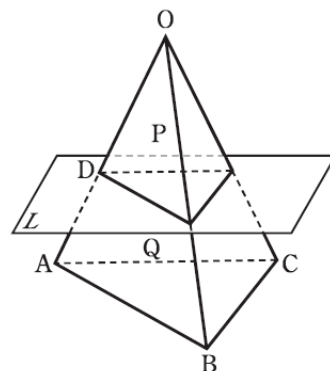
つまり、 $Q=125-27$

$=98$

PとQの体積の比は

$27:98$

27:98



- (2) PとQの側面積の比を求めなさい。

(1)と同様に考える。

表面積の比は $3^2:5^2=9:25$

Pの表面積を9とすれば

Qの表面積は $25-9=16$

したがって、PとQの表面積の比は

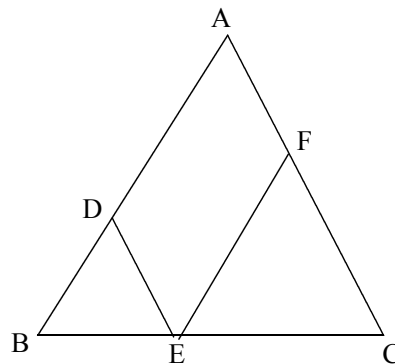
$9:16$

よって、側面積の比も $9:16$

9:16

- 2 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺AB、BC、CA上にそれぞれ点D、E、Fがあり、 $DE \parallel AC$ 、 $FE \parallel AB$ です。

$BE:EC=2:3$ 、 $\triangle FEC=36\text{ cm}^2$ のとき、 $\square ADEF$ の面積を求めなさい。



問題より、 $\triangle DBE \sim \triangle FEC \sim \triangle ABC$

相似比は、 $2:3:(3+2)$

$=2:3:5$

面積の比は、 $4:9:25$ となる。

$\triangle FEC$ は $36(\text{cm}^2)$ だから

$$\triangle DBE = \frac{4}{9} \triangle FEC = \frac{4}{9} \times 36 = 16(\text{cm}^2)$$

$$\triangle ABC = \frac{25}{9} \triangle FEC = \frac{25}{9} \times 36 = 100(\text{cm}^2)$$

したがって、

$$\begin{aligned} \text{平行四辺形} ADEF &= \triangle ABC - \triangle FEC - \triangle DBE \\ &= 100 - 36 - 16 \\ &= 48(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

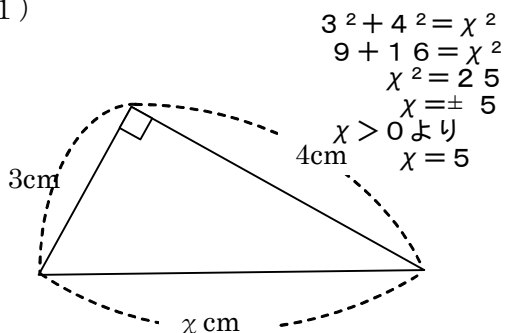
48 cm²

17 三平方の定理① ～三平方の定理～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

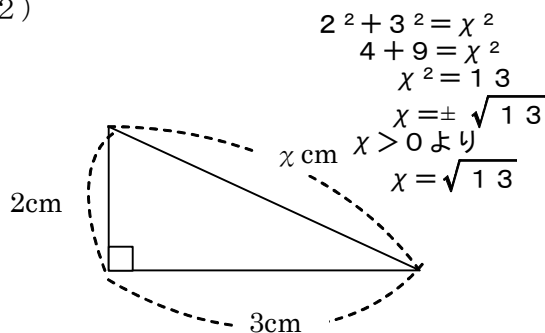
1 次の直角三角形で、 χ の値を求めなさい。

(1)



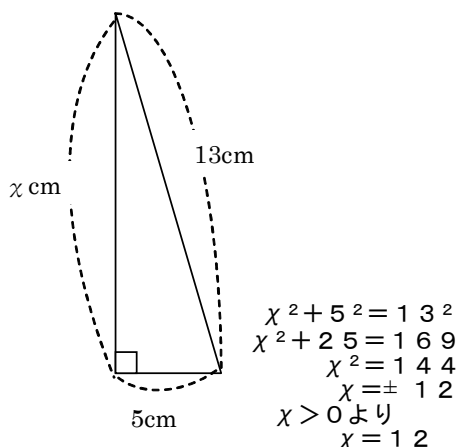
5 cm

(2)



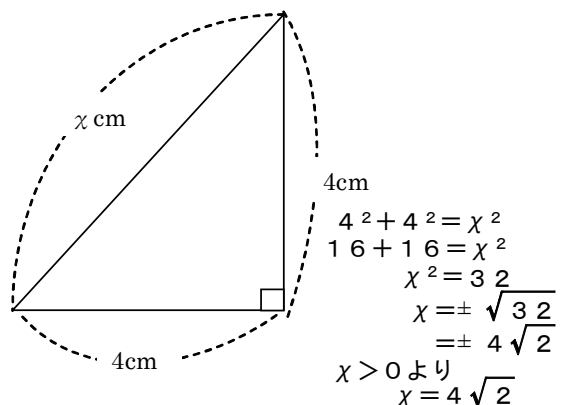
$\sqrt{13}$ cm

(3)



12 cm

(4)



$4\sqrt{2}$ cm

2 次の3辺をもつ三角形のうち、直角三角形になるものを選びなさい。

ア 2 cm, 3 cm, 4 cm
 $4 + 9 \neq 16$

イ 3 cm, 4 cm, 5 cm
 $9 + 16 = 25$

ウ 8 cm, 15 cm, 17 cm
 $64 + 225 = 289$

エ 6 cm, $2\sqrt{10}$ cm, 2 cm
 $36, 40, 4$
 $4 + 36 = 40$

オ 3 cm, $\sqrt{10}$ cm, 7 cm
 $9 + 10 \neq 49$

※それぞれ2乗する。
2乗した2数の和がもう一つの
2乗した数になっているかを
確かめる。

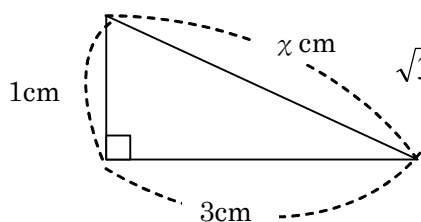
イ, ウ, エ

17 三平方の定理① ～三平方の定理～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の直角三角形で、 χ の値を求めなさい。

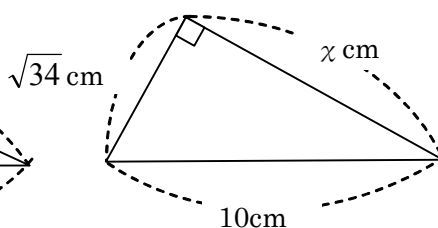
(1)



$$\begin{aligned} \chi^2 &= 1^2 + 3^2 \\ \chi^2 &= 10 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \chi &> 0 \text{ より} \\ \chi &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\sqrt{10} \text{ cm}$$

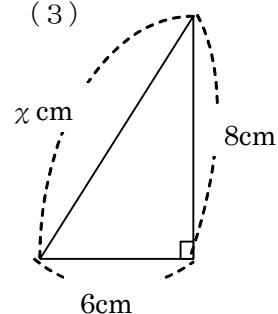
(2)



$$\begin{aligned} (\sqrt{34})^2 + \chi^2 &= 10^2 \\ 34 + \chi^2 &= 100 \\ \chi^2 &= 66 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \chi &> 0 \text{ より} \\ \chi &= \sqrt{66} \end{aligned}$$

$$\sqrt{66} \text{ cm}$$

(3)



$$\begin{aligned} \chi^2 &= 6^2 + 8^2 \\ \chi^2 &= 100 \\ \chi &> 0 \text{ より} \quad \chi &= 10 \end{aligned}$$

$$10 \text{ cm}$$

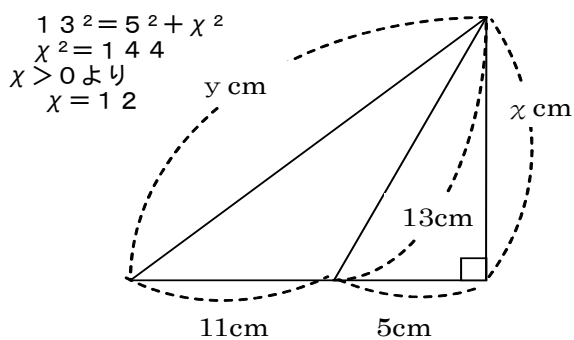
2 直角三角形の斜辺の長さを c cm, 他の2辺の長さを a cm, b cm で表すとき, 右の表を完成させなさい。

※ $a^2 + b^2 = c^2$ となるような数を考える。

	a	b	c
(1)	5	12	13
(2)	$\sqrt{13}$	$\sqrt{3}$	4
(3)	6	6	$6\sqrt{2}$

3 次の図で、 χ , y の値を求めなさい。

(1)

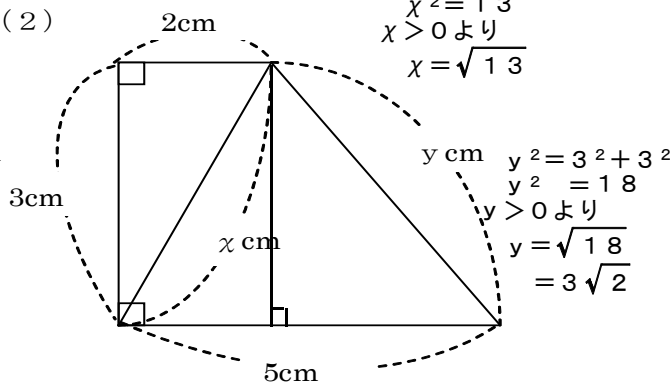


$$\begin{aligned} 13^2 &= 5^2 + \chi^2 \\ \chi^2 &= 144 \\ \chi &> 0 \text{ より} \\ \chi &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^2 &= 12^2 + 5^2 \\ y^2 &= 169 \\ y &> 0 \text{ より} \\ y &= 13 \end{aligned}$$

χ	12 cm	y	13 cm
--------	-------	-----	-------

(2)



$$\begin{aligned} \chi^2 &= 2^2 + 3^2 \\ \chi^2 &= 13 \\ \chi &> 0 \text{ より} \\ \chi &= \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^2 &= 3^2 + \chi^2 \\ y^2 &= 18 \\ y &> 0 \text{ より} \\ y &= \sqrt{18} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

χ	$\sqrt{13}$ cm	y	$3\sqrt{2}$ cm
--------	----------------	-----	----------------

17 三平方の定理① ～三平方の定理～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 2辺の長さが、3 cm, $\sqrt{10}$ cm となる直角三角形は2通りあります。もう1辺の長さを求めなさい。

求める辺の長さを x cm とする。

問題の意味より、考えられるのは次の2通り。

① $x^2 + 3^2 = (\sqrt{10})^2$ が成り立つときと、

② $3^2 + (\sqrt{10})^2 = x^2$ が成り立つときである。

それぞれの方程式を解くと、

①のときは、 $x = 1$

②のときは、 $x = \sqrt{19}$

1 cm と $\sqrt{19}$ cm

- 2 右の図はひし形 ABCD です。AC = 6 cm, BD = 10 cm のとき、ひし形の1辺の長さを求めなさい。

ひし形の対角線は、それぞれの中点で垂直に交わるので、三平方の定理を使うと、

$$3^2 + 5^2 = AB^2$$

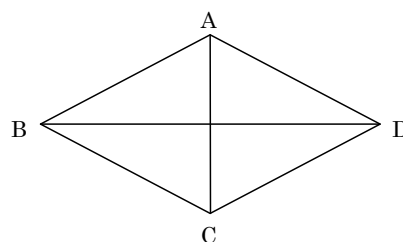
$$AB^2 = 34$$

$$AB = \pm \sqrt{34}$$

$$AB > 0 \text{ より}$$

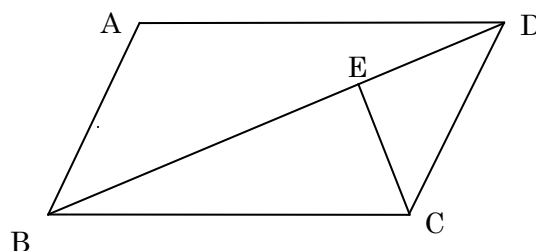
$$AB = \sqrt{34}$$

$$\sqrt{34} \text{ cm}$$



- 3 右の図のように、平行四边形 ABCD があります。対角線 BD に頂点 C から垂線をひき、その交点を E とします。このとき、CE = 6 cm です。

また $\triangle ECD$ の面積は 21 cm^2 で、平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{1}{6}$ です。BC の長さを求めなさい。



$\triangle ECD$ は直角三角形で、CE = 6、面積 21 より

$$ED \times 6 \times \frac{1}{2} = 21$$

$$3ED = 21$$

$$ED = 7$$

また、 $\triangle ECD$ が全体の $\frac{1}{6}$ ということは、

$\triangle BCD$ の面積が全体の $\frac{1}{2}$ であるから、

$$ED = \frac{1}{3} BD \text{ となる。}$$

$$\text{つまり } BE = \frac{2}{3} BD = 2ED = 14$$

$\triangle EBC$ で三平方の定理を使うと

$$BC^2 = 14^2 + 6^2$$

$$BC^2 = 196 + 36$$

$$BC^2 = 232$$

$$BC = \pm \sqrt{232}$$

$$= \pm 2\sqrt{58}$$

$$BC > 0 \text{ より}$$

$$BC = 2\sqrt{58}$$

$$2\sqrt{58} \text{ cm}$$

- 4 右の長方形で、点 P は BC 上を動きます。AB = 4 cm, BC = 7 cm のとき、AP + PD が最小となるときの長さを求めなさい。

与えられた長方形の図に、BC を対称の軸として線対称な長方形を書くと、右の図のようになる。AP + PD (= AD') が最小となるのは、点 P が AD' と BC の交点にきたときである。

このときの AP + PD の値を x とすると三平方の定理より

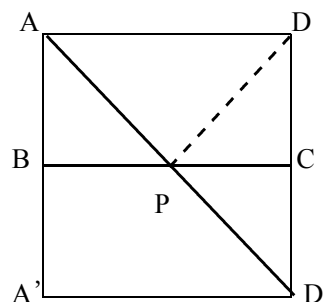
$$7^2 + 8^2 = x^2$$

$$x^2 = 49 + 64$$

$$= 113$$

$$x > 0 \text{ より } x = \sqrt{113}$$

$$\sqrt{113} \text{ cm}$$



1 8 三平方の定理② ～三平方の定理の利用～

学年

組

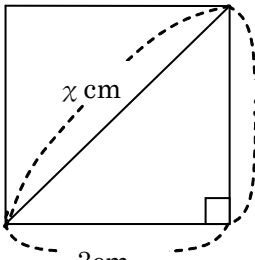
氏名

1 下の図で、 x の長さを求めなさい。

(1) 正方形の対角線

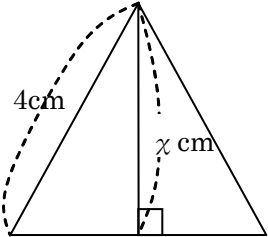
(2) 正三角形の高さ

(3) 弦の長さ



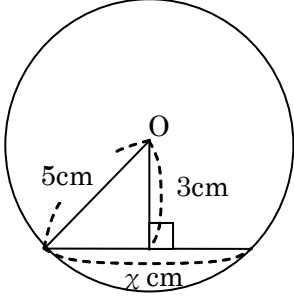
$$\begin{aligned}
 3^2 + 3^2 &= x^2 \\
 x^2 &= 18 \\
 x > 0 \text{ より} \\
 x &= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$3\sqrt{2} \text{ cm}$$



$$\begin{aligned}
 x^2 + 2^2 &= 4^2 \\
 x^2 &= 12 \\
 x > 0 \text{ より} \\
 x &= \sqrt{12} = 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$2\sqrt{3} \text{ cm}$$



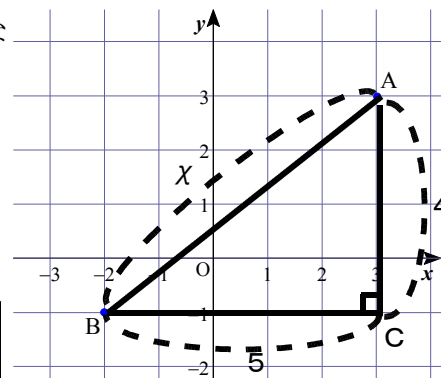
$$\begin{aligned}
 \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 3^2 &= 5^2 \\
 x^2 &= 64 \\
 x > 0 \text{ より} \\
 x &= 8
 \end{aligned}$$

$$8 \text{ cm}$$

2 点A (3, 3), 点B (-2, -1) の間の距離を求めなさい。

右のグラフより,
 $AC = 3 - (-1) = 4$
 $BC = 3 - (-2) = 5$
 $AB = x$ とすると
 $4^2 + 5^2 = x^2$
 $x^2 = 41$
 $x > 0$ より
 $x = \sqrt{41}$

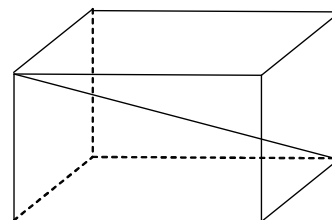
$$\sqrt{41}$$



3 縦 3 cm, 横 5 cm, 高さ 4 cm の直方体の対角線の長さを求めなさい。

直方体の対角線の長さは,
 $\sqrt{(\text{縦})^2 + (\text{横})^2 + (\text{高さ})^2}$ で求められる。

したがって求める対角線の長さは,
 $\sqrt{3^2 + 5^2 + 4^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$



$$5\sqrt{2} \text{ cm}$$

18 三平方の定理② ～三平方の定理の利用～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の各問に答えなさい。

(1) 縦 4 cm, 横 6 cm の長方形の対角線の長さを求めなさい。

長方形の対角線の長さは, $\sqrt{(\text{縦})^2 + (\text{横})^2}$

したがって, $\sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

$$2\sqrt{13} \text{ cm}$$

(2) 1 辺が 5 cm の正三角形の高さを求めなさい。

正三角形の高さは, 1 辺の $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 倍であるから,

求める高さは, $5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

(3) 1 辺が 3 cm の立方体の対角線の長さを求めなさい。

立方体の対角線の長さは, $\sqrt{(1 \text{ 辺})^2 + (1 \text{ 辺})^2 + (1 \text{ 辺})^2}$

したがって求める対角線の長さは,

$$\sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3} \text{ cm}$$

(4) 2 点 A (2, 5), B (5, 11) の距離を求めなさい。

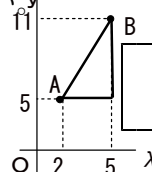
図のように座標上に AB を斜辺とするような
直角三角形を考える。

$$AB^2 = 3^2 + 6^2$$

$$AB^2 = 45$$

$$AB > 0 \text{ より}$$

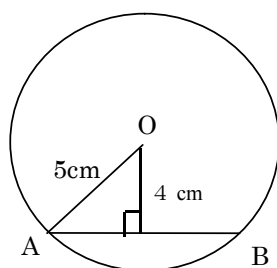
$$AB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$



$$3\sqrt{5}$$

2 次の図で AB の長さを求めなさい。

(1) 点 O から弦までの距離は 4 cm



$$4^2 + \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 = 5^2$$

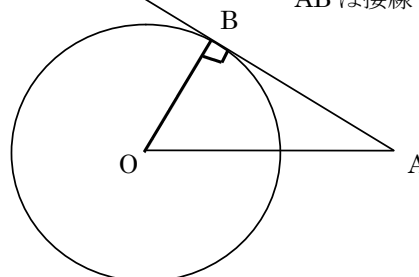
$$\frac{1}{4}AB^2 = 9 \quad AB > 0 \text{ より} \quad AB = 6$$

$$AB^2 = 36$$

$$6 \text{ cm}$$

(2) OA = 10 cm, 円 O の半径は 6 cm

AB は接線



$$6^2 + AB^2 = 10^2$$

$$AB^2 = 64$$

$$AB > 0 \text{ より} \quad AB = 8$$

$$8 \text{ cm}$$

3 右の図のような, 正四角錐 O-ABCD において,

底面 ABCD の対角線の交点を H とします。辺 OA の長さが 5 cm, 高さ OH が 4 cm のとき, この正四角錐の体積を求めなさい。 (H19宮城県入試問題)

三平方の定理より AH を求めると, AH = 3

したがって AC = 6 となる。

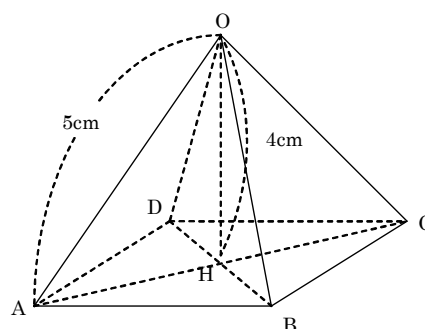
対角線の長さが 6 となる正方形の 1 辺は

$$AB = 6 \div \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

したがって体積は

$$(3\sqrt{2})^2 \times 4 \times \frac{1}{3} = 24$$

$$24 \text{ cm}^3$$



18 三平方の定理② ～三平方の定理の利用～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

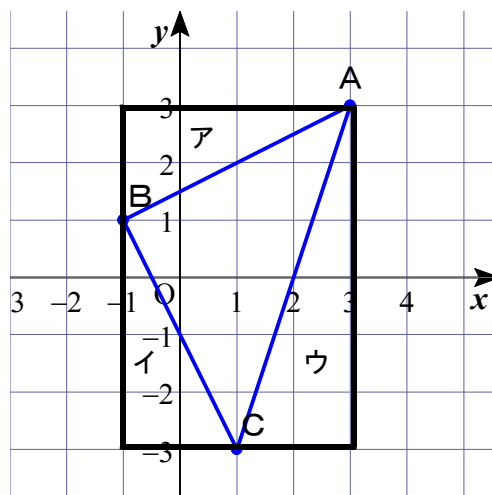
- 1 $\triangle ABC$ の3つの頂点がA(3, 3), B(-1, 1), C(1, -3)のとき, 次の間に答えなさい。

(1) AB, BC, CAのそれぞれの長さを求めなさい。

※図のように, $\triangle ABC$ をちょうど囲むような長方形を考える。

ア, イ, ウの直角三角形から三平方の定理を利用し求めればよい。

$$AB = 2\sqrt{5}, \quad BC = 2\sqrt{5}, \quad CA = 2\sqrt{10}$$



(2) $\triangle ABC$ はどんな三角形ですか。

※ $AB=BC$ だけでなく, $AB^2+BC^2=CA^2$ が成り立つことも確認する。

直角二等辺三角形

- 2 右の図は正四角錐の展開図です。組み立ててできる正四角錐の体積を求めなさい。

与えられた展開図を組み立てると右下のようになる。

底面の対角線の長さは, $8\sqrt{2}$ cmであるから

aの長さは, $a = 4\sqrt{2}$ cm
正四角錐の高さをh cmとすれば,

$$h^2 + (4\sqrt{2})^2 = 10^2$$

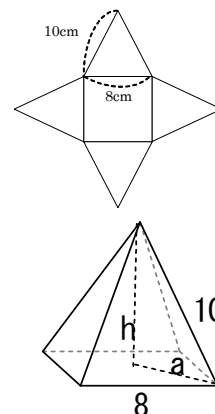
$$h^2 = 68$$

$$h > 0 \text{ より } h = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

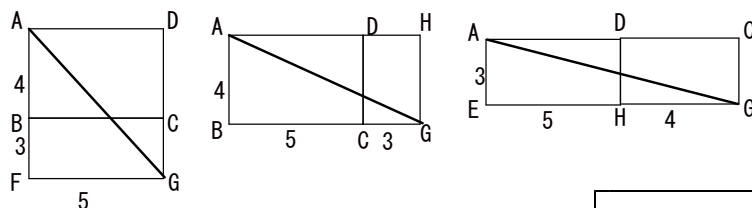
したがって求める体積は

$$\frac{8^2 \times 2\sqrt{17} \times \frac{1}{3}}{3} = \frac{128\sqrt{17}}{3}$$

$$\frac{128\sqrt{17}}{3} \text{ cm}^3$$

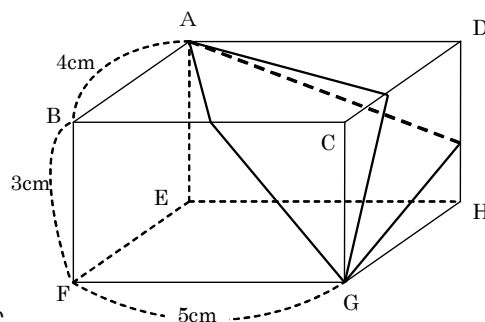


- 3 右の図のように, 直方体の表面に, 頂点Aから頂点Gまでゆるまないうちにひもをかけます。このとき, かけ方は辺BCを通るとき, 辺CDを通るとき, 辺DHを通るとき, 3通りあります。その長さがもっとも短くなるのはどこを通ったときですか。またそのときの長さを求めなさい。



※それぞれの場合について三平方の定理を利用して長さを求め比較する。

BCを通るときで, 長さは $\sqrt{74}$ cm

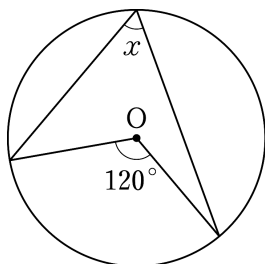


19 円 ① ~円周角の定理~

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

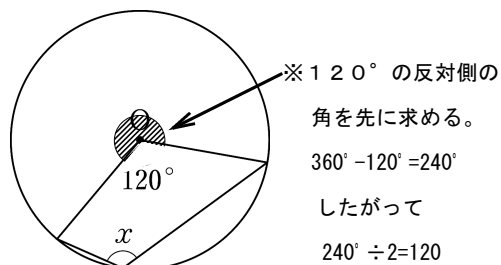
1 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



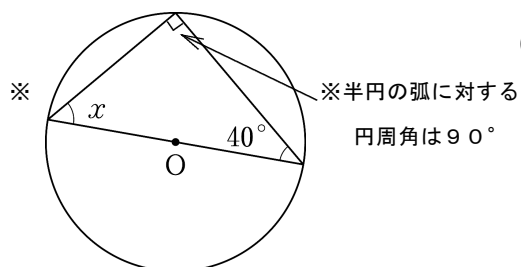
60°

(2)



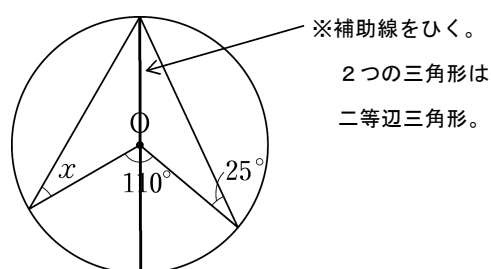
120°

(3)



50°

(4)



30°

2 円周角の定理について、次の にあてはまる言葉を答えなさい。

1つの円において、1つの弧に対する の大きさは一定であり、

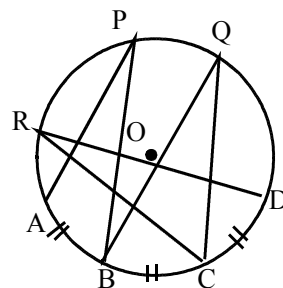
その弧に対する中心角の である。

3 右の図で $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ であるとき、下の に当てはまる記号を答えなさい。

(1) $\angle APB = \angle$ $= \angle$

(2) $\angle APB = a$ のとき、 $\angle AOB =$

(3) $\angle PBQ = \angle ADR$ のとき、
弧 = 弧



19 円 ① ~円周角の定理~

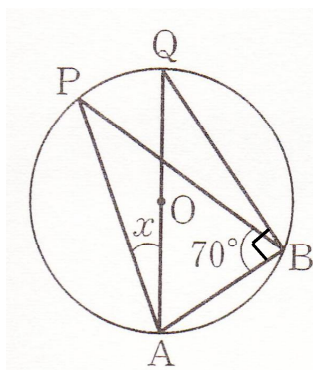
学年

組

氏名

1 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

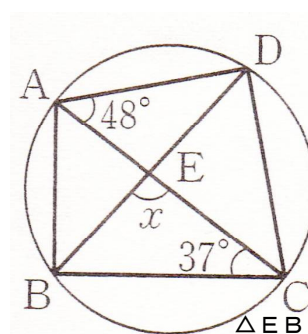
(1)



AQは直径より,
 $\angle ABQ = 90^\circ$
 したがって,
 $\angle PBQ = 90^\circ - 70^\circ$
 $= 20^\circ$
 円周角の定理より,
 $\angle PAQ = \angle PBQ$
 $= 20^\circ$

20°

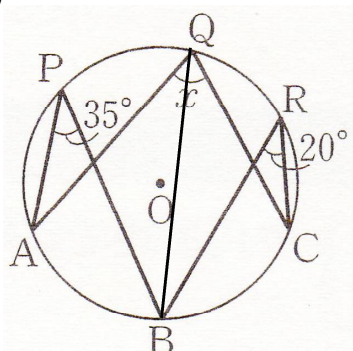
(2)



円周角の定理より,
 $\angle DBC = \angle DAC$
 $= 48^\circ$
 $\triangle EBC$ の内角の和より
 $x = 180^\circ - 37^\circ - 48^\circ$
 $= 95^\circ$

95°

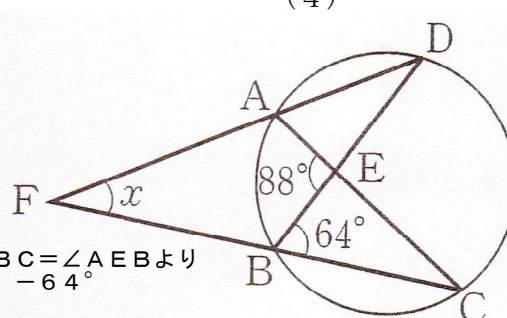
(3)



BQをひく。
 円周角の定理より
 $\angle AQB = \angle APB$
 $= 35^\circ$
 $\angle BQC = \angle BRC$
 $= 20^\circ$
 したがって,
 $x = 35^\circ + 20^\circ$
 $= 55^\circ$

55°

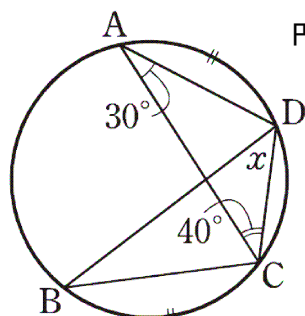
(4)



$\angle ECB + \angle EBC = \angle AEB$ より
 $\angle ECB = 88^\circ - 64^\circ$
 $= 24^\circ$
 $\angle ADB = \angle ECB$
 $= 24^\circ$
 $\angle ADB + x = \angle DBC$ より
 $x = 64^\circ - 24^\circ = 40^\circ$

40°

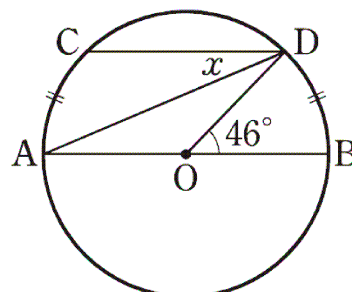
(5)

 $\widehat{AD} = \widehat{BC}$

円周角の定理より
 $x = \angle ACD = 40^\circ$

40°

(6)

 $\widehat{CA} = \widehat{DB}$

円周角の定理より,
 $\angle DAB = \frac{1}{2} \times 46^\circ = 23^\circ$
 $x = \angle CDA$
 $= \angle DAB = 23^\circ$

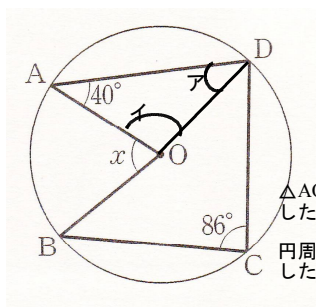
23°

19 円 ① ~円周角の定理~

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の図で、 $\angle \chi$ の大きさを求めなさい。

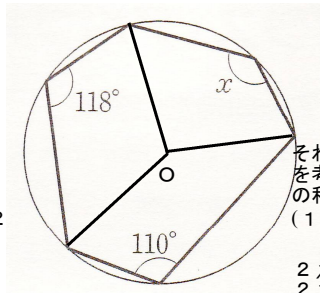
(1)



$\triangle AOD$ は二等辺三角形より、 $\text{ア} = 40^\circ$
したがって、 $\text{イ} = 180^\circ - 40^\circ \times 2$
 $= 100^\circ$
円周角の定理より $\chi + \text{イ} = 86^\circ \times 2$
したがって $\chi = 172^\circ - 100^\circ$
 $= 72^\circ$

72°

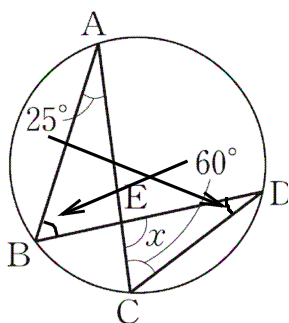
(2)



それぞれの角の中心角
を考える。3つの中心角
の和は2回転分になるから
 $(118^\circ + 110^\circ + \chi) \times 2$
 $= 360^\circ \times 2$
 $2\chi = 720^\circ - 456^\circ$
 $2\chi = 264^\circ$
 $\chi = 132^\circ$

132°

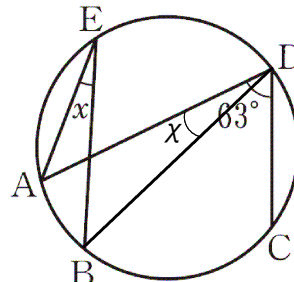
(3)



※円周角の定理より
等しくなる角を探す。
三角形の内角の和より
 χ を求める。

95°

(4)



$\widehat{AB} : \widehat{BC} = 2 : 5$

$\chi : 63 = 2 : 7$
 $7\chi = 126$
 $\chi = 18$

18°

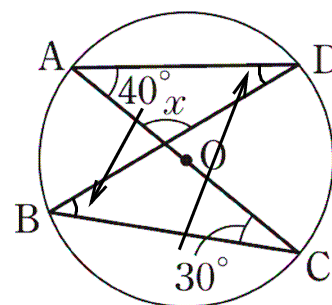
2 右の図で点A, B, C, Dは円Oの円周上の点です。

ACは直径、 $\angle DAC = 40^\circ$ 、 $\angle ACB = 30^\circ$ のとき、
次の各問に答えなさい。

(1) $\angle \chi$ は何度ですか。

※円周角の定理より等しくなる角を探す。
三角形の内角の和より χ を求める。

110°



(2) $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{DA}$ を簡単な整数比で表しなさい。

※それぞれの弧に対する中心角を求める。

順番に、 $\angle AOB = 60^\circ$ 、 $\angle BOC = 120^\circ$ 、
 $\angle COD = 80^\circ$ 、 $\angle AOD = 100^\circ$

したがって、 $60 : 120 : 80 : 100 = 3 : 6 : 4 : 5$

3 : 6 : 4 : 5

20 円 ② ～円周角の定理，円周角の定理の逆～

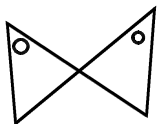
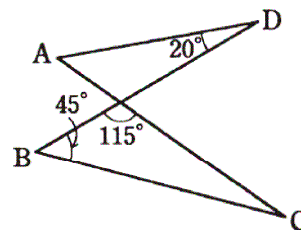
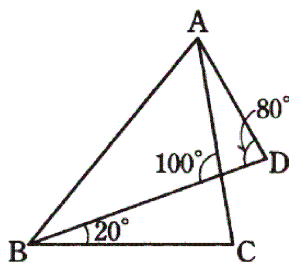
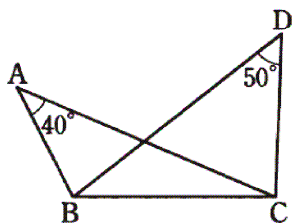
学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次のア～ウの図のうちで，4点A，B，C，Dが同一円周上にあるものはどれですか。

ア

イ

ウ



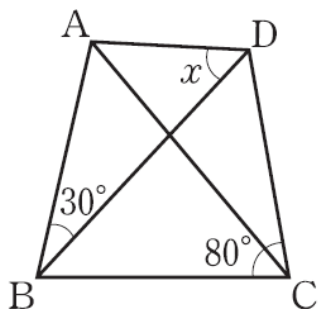
※左のような図形で○印にあたる角の大きさが等しいかどうかを調べる。

イ，ウ

2 次の(1)(2)の図で，4点A，B，C，Dが同一円周上にあるためには， $\angle x$ は何度でなければならないか，求めなさい。

(1)

(2)

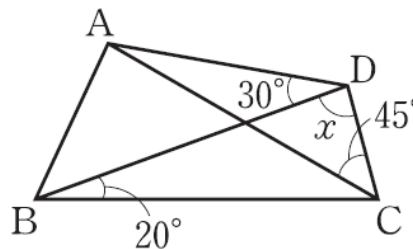


$\angle ACD = 30^\circ$ とすればよい。

したがって

$$\begin{aligned} x &= \angle ACB \\ &= 80^\circ - 30^\circ \\ &= 50^\circ \end{aligned}$$

50°



$\angle ACB = 30^\circ$ にすればよい。

したがって $\triangle BCD$ の内角の和より

$$\begin{aligned} x &= 180^\circ - 20^\circ - 30^\circ - 45^\circ \\ &= 85^\circ \end{aligned}$$

85°

3 右の図で， $\angle x$ ， $\angle y$ の大きさを求めなさい。

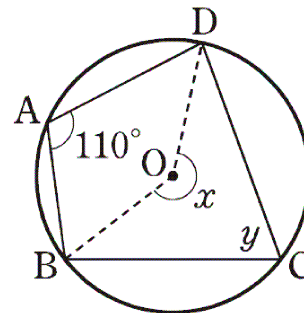
円周角の定理より

$$x = 110^\circ \times 2 = 220^\circ$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} (360^\circ - 220^\circ) \\ &= 70^\circ \end{aligned}$$

$\angle x = 220^\circ$

$\angle y = 70^\circ$



20 円 ② ～円周角の定理，円周角の定理の逆～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

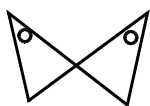
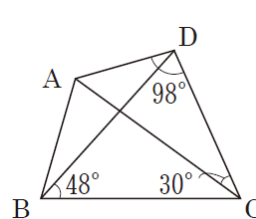
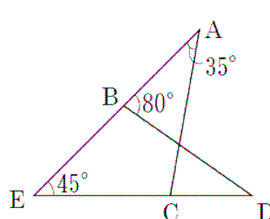
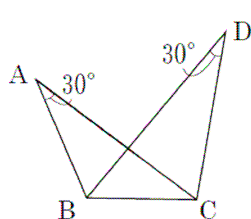
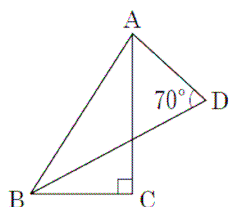
- 1 次のア～エの図のうち，4点A，B，C，Dが同一円周上にあるものはどれですか。

ア

イ

ウ

エ



※左のような図形で○印にあたる角の大きさが
等しいかどうかを調べる。

イ，ウ

- 2 右の図の円で，ABとCDは平行です。
このとき， $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ となることを証明しなさい。

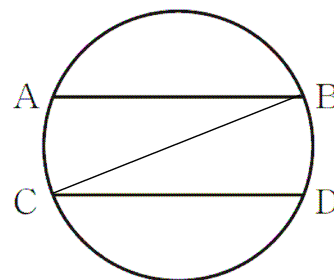
【証明例】

BCをひく。

平行線の錯角より $\angle ABC = \angle BCD$

1つの円において，等しい円周角に対する弧は等しいので

$$\widehat{AC} = \widehat{BD}$$



- 3 右の図の円で，BDは $\angle ABC$ の二等分線です。また，
 $BD = BC$ です。
このとき， $\triangle ABD \equiv \triangle EBC$ であることを証明しなさい。

【証明例】

$\triangle ABD$ と $\triangle EBC$ において

$$BD = BC \quad (\text{仮定}) \dots \text{①}$$

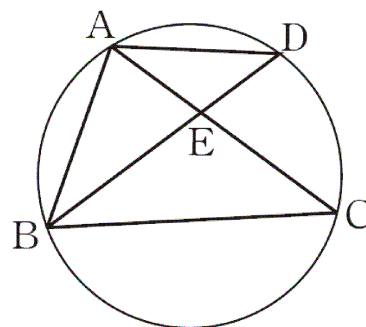
$$\angle ABD = \angle EBC \quad (\text{仮定}) \dots \text{②}$$

$$\angle ADB = \angle ECB \quad (\text{同じ弧に対する円周角}) \dots \text{③}$$

①，②，③より

1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

$$\triangle ABD \equiv \triangle EBC$$

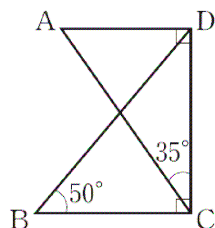


20 円 ② ～円周角の定理，円周角の定理の逆～

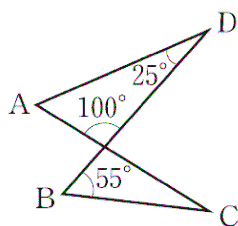
学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次のア～エの図の中で，4点A，B，C，Dが同一円周上にあるのはどれですか。

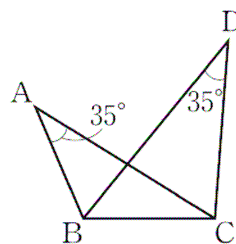
ア



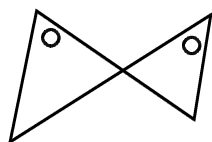
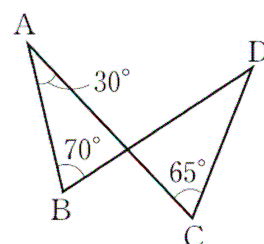
イ



ウ



エ



※左のような図形で○印にあたる角の大きさが
等しいかどうかを調べる。

イ，ウ

2 右下の図のように，正三角形ABCが円Oに内接している。頂点Bを含まない弧ACに点Pをとるとき，次の問に答えなさい。

- (1) BP上に，点Dを $BD=AP$ となるようにとる。
このとき， $CD=CP$ となることを証明しなさい。

$\triangle BCD$ と $\triangle ACP$ において

$BC=AC$ (仮定)

$BD=AP$ (仮定)

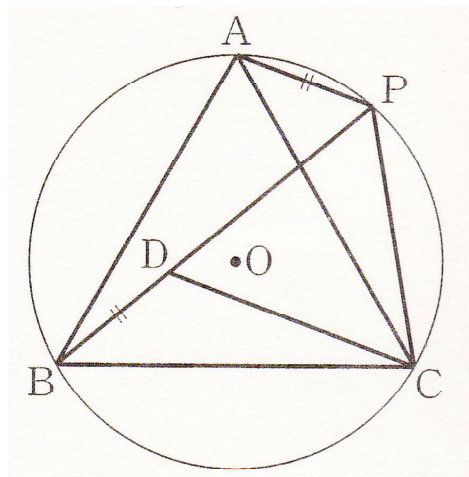
また， $\angle CBD=\angle CAP$ (弧CPの円周角)

2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle BCD \cong \triangle ACP$

よって，対応する辺は等しいので，

$CD=CP$



- (2) $AP = x$ cm, $CP = y$ cm とするとき，BPの長さを x ， y を用いて表しなさい。

円周角の定理より， $\angle BAC = \angle BPC = 60^\circ$

また(1)より $CD=CP$

したがって $\triangle PDC$ は正三角形である。

つまり， $CP=PD=y$

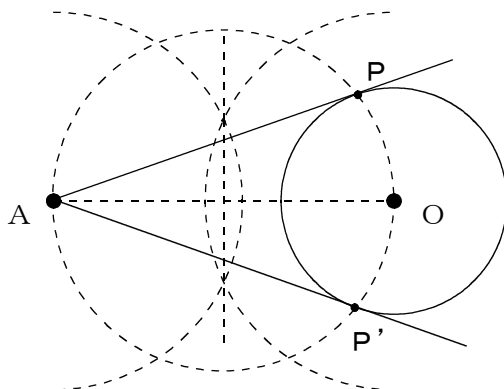
$$\begin{aligned} BP &= BD + PD \\ &= AP + PD \\ &= x + y \end{aligned}$$

 $x + y$

21 円 ③ ~円と直線~

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 円外の点Aから円Oへの接線AP, AP'を作図しなさい。



- 2 問1で作図した図で, $AP = AP'$ であることを証明しなさい。

$\triangle APO$ と $\triangle AP'O$ において

- $\left\{ \begin{array}{l} AO \text{は共通} \\ OP = OP' \text{ (円Oの半径)} \\ \angle APO = \angle AP'O = 90^\circ \text{ (円の接線は, 接点を通半径に垂直である)} \end{array} \right.$

したがって

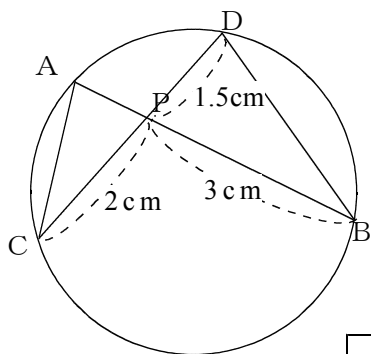
直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので

$$\triangle APO \cong \triangle AP'O$$

対応する辺の長さは等しいので

$$AP = AP'$$

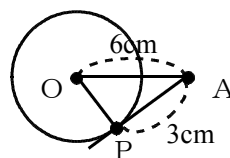
- 3 下の図のように, 2つの弦AB, CDの交点をPとします。APの長さを求めなさい。



弧ADに対する円周角で,
 $\angle ACP = \angle DBP$
 対頂角で,
 $\angle APC = \angle DPB$
 より
 $\triangle APC \sim \triangle DPB$
 である。
 対応する辺の比は等しいので
 $AP : 1.5 = 2 : 3$
 よって $AP = 1$

1 cm

- 4 円Oの中心から6 cmの距離に点Aがあります。点Aから円Oにひいた接線の長さが3 cmであるとき, 円Oの半径を求めなさい。



接点をPとすると, 円の接線は, 接点を通る半径に垂直なので $\angle APO = 90^\circ$ である。
 三平方の定理より
 $3^2 + OP^2 = 6^2$
 $OP^2 = 36 - 9 = 27$
 OP は正なので
 $OP = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

$3\sqrt{3}$ cm

2 2 標本調査

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 次の□にあてはまる言葉を書きなさい。

(1) 調査の対象となっている集団全部について調査することを□ア□という。

(2) 集団の一部分を調査して全体の様子を推測する調査のことを□イ□という。

(3) 標本調査を行うとき、調査のために取り出した一部の資料を□ウ□という。
またこのとき、集団全体を□エ□という。

(4) 母集団の中からかたよりなく標本を選び出すことを任意（無作為）に□オ□という。

ア 全数調査	イ 標本調査	ウ 標本	エ 母集団	オ 抽出する
--------	--------	------	-------	--------

2 次の調査は、全数調査と標本調査のどちらでするのが適切か、答えなさい。

(1) 広瀬川の水質調査

(2) 電球の耐久時間の調査

標本調査

標本調査

(3) 定期テストのクラス平均点

(4) 学校での身体測定

全数調査

全数調査

3 袋の中に白玉と赤玉が合わせて300個入っています。よくかき混ぜた後、24個を取り出したところ、その中に赤玉が16個入っていました。袋の中には何個の赤玉が入っていると考えられますか、答えなさい。

袋の中の赤玉の数を x 個とする。

$$\frac{x}{300} = \frac{16}{24}$$

$$x = \frac{16}{24} \times 300 = 200$$

およそ200個

2 2 標本調査

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 ある都市の有権者 3 2 4 5 9 人から，4 0 0 人を選び出して世論調査を行いました。次の間に答えなさい。

(1) 母集団は何ですか。

ある都市の有権者全員

(2) 標本は何ですか。

選び出した有権者

(3) 標本の大きさをいいなさい。

4 0 0

(4) 有権者 4 0 0 人を市役所で働いている職員やその親戚の中から選び，結果をまとめました。このような調査方法は適切かどうか，あなたの考えをいいなさい。

ある特定の職業の人とその人に関係のある人ばかりを抽出しては，結果に偏りが出るので適切ではない。その都市のいろいろな地域の人，いろいろな職業の人，年代も様々な人を無作為に抽出できるような工夫をしないとイケない。

2 ある工場で，製品の検査をしました。製品から任意に 1 5 0 個抽出して調べたら，その中に不良品が 2 個ありました。この工場での製品を 9 0 0 0 個生産すると，およそ何個の不良品が出ると考えられますか，答えなさい。

不良品の個数を x 個とする。

$$\frac{2}{150} = \frac{x}{9000}$$

$$150x = 9000 \times 2$$

$$x = \frac{9000 \times 2}{150} = 120$$

およそ 1 2 0 個

3 箱の中に同じ大きさの玉が何個か入っています。箱の中から玉を 3 0 個取り出し，印をつけてもとにもどします。よくかき混ぜたあと 5 0 個取り出したところ，印のついた玉が 4 個入っていました。箱の中に何個の玉が入っていると考えられますか，答えなさい。

袋の中の玉の個数を x 個とする。

$$\frac{30}{x} = \frac{4}{50}$$

$$4x = 30 \times 50$$

$$x = \frac{30 \times 50}{4} = 375$$

およそ 3 7 5 個

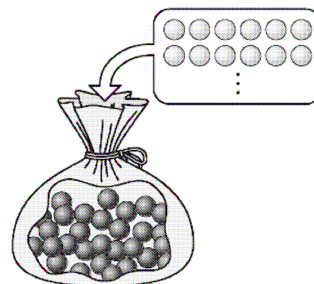
2 2 標本調査

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 袋の中にたくさんの黒玉が入っています。多くて数えきれないので、同じ大きさの白玉を50個入れて、よくかき混ぜた後、その中から30個を無作為に取り出しました。

取り出した玉を元に戻して、同じように数回調べたところ、取り出した30個の玉のうち、平均して白玉は4個ふくまれていました。

袋の中の黒玉の個数は、およそ何個と考えられますか、答えなさい。



袋の中の黒玉の個数を x 個とする。

$$\begin{aligned} \frac{50}{x+50} &= \frac{4}{30} \\ 4(x+50) &= 50 \times 30 \\ 4x+200 &= 1500 \\ 4x &= 1500-200 \\ 4x &= 1300 \\ x &= \frac{1300}{4} = 325 \end{aligned}$$

およそ375個

- 2 ある池の魚の総数を調べるために、次のような実験をしました。

わなをしかけて50匹を捕獲し、その全部に印をつけて池に戻しました。数日後、再びわなをしかけて魚を捕獲すると、48匹とれて、その中に印のついた魚が6匹いました。

この池にいる魚の総数は、およそ何匹と考えられますか、答えなさい。

池にいる魚の総数を x 匹とする。

$$\begin{aligned} \frac{50}{x} &= \frac{6}{48} \\ 6x &= 50 \times 48 \\ x &= \frac{50 \times 48}{6} = 400 \end{aligned}$$

およそ400匹

2 3 複合問題 ～三平方の定理・相似な図形～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

- 1 下の図 I において、 $\triangle ABC$ は $\angle ACB = 90^\circ$ 、 $\angle ABC = 60^\circ$ の直角三角形、 $\triangle ABD$ は $\angle ADB = 90^\circ$ の直角二等辺三角形とし、辺 AC と辺 BD との交点を E とします。

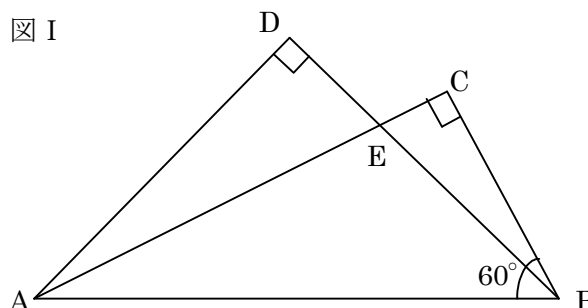
次の (1) ～ (3) の間に答えなさい。(H12宮城県入試問題)

- (1) $\angle DAC$ の大きさを求めなさい。

$$\angle DAB = 45^\circ, \angle CAB = 30^\circ \text{ より} \\ \angle DAC = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

15°

図 I



- (2) 辺 AD と辺 BC の長さの比を求めなさい。

特別な直角三角形の3辺の比より

$$AB : AD = \sqrt{2} : 1 \\ AB = \sqrt{2} AD \cdots \textcircled{1}$$

$$AB : BC = 2 : 1 \\ AB = 2 BC \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$\sqrt{2} AD = 2 BC$$

$$\frac{AD}{BC} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

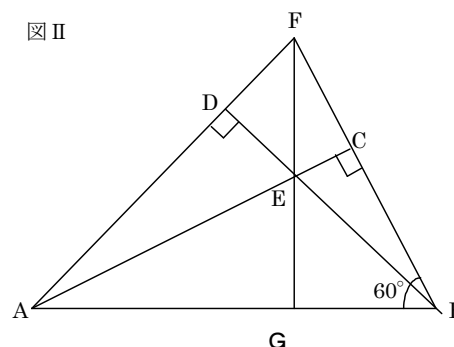
$\sqrt{2} : 1$

- (3) 右の図 II は、図 I において、辺 AD の延長と辺 BC の延長との交点を F とし、2 点 F 、 E を通る直線と辺 AB との交点を G としたものです。

次の①、②の間に答えなさい。

- ① 図 II において、 $\triangle AED$ と合同な三角形を答えなさい。また、 $\triangle AED$ とその三角形が合同であることを証明しなさい。

図 II



$\triangle AED$ と合同な三角形: $\triangle BFD$

【証明】(例)

$\triangle AED$ と $\triangle BFD$ において
 $\triangle ABD$ は二等辺三角形であるから

$$AD = BD \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ADE = \angle BDF = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle EAD = \angle FBD = 15^\circ \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AED \equiv \triangle BFD$$

- ② $BE = a$ とするとき、線分 DE の長さを a を用いた式で表しなさい。

$\triangle AED \equiv \triangle BFD$ から、 $DE = DF$ となり、 $\triangle DEF$ は直角二等辺三角形である。

よって、 $\angle BEG = \angle DEF = 45^\circ$ で、 $\angle EGB = 180^\circ - \angle BEG - \angle GBE = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$

$$GB : BE = 1 : \sqrt{2} \text{ より、} GB = GE = \frac{1}{\sqrt{2}} a = \frac{\sqrt{2}}{2} a, AG : GE = \sqrt{3} : 1 \text{ より、} AG = \frac{\sqrt{2}}{2} a \times \sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{2} a \text{ だから、} AB = AG + GB = \frac{\sqrt{6}}{2} a + \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{2} a \text{ よって、} BD = \frac{1}{\sqrt{2}} AB = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} a$$

$$\text{となり、} DE = BD - BE = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} a - a = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} a$$

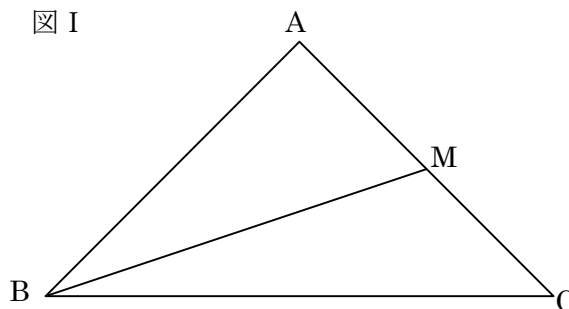
$\frac{\sqrt{3} - 1}{2} a$

- 2 図 I のように、 $AB = AC = 4\text{cm}$ である直角二等辺三角形 ABC において、辺 AC の中点を M として、点 B と点 M を結びます。

次の (1) ~ (3) の間に答えなさい。

(H15宮城県入試問題)

図 I



- (1) $\angle ACB$ の大きさを求めなさい。

45°

- (2) 線分 BM の長さを求めなさい。

$\triangle ABM$ で、三平方の定理より

$$4^2 + 2^2 = BM^2$$

$$BM^2 = 20$$

$BM > 0$ より

$$BM = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$2\sqrt{5} \text{ cm}$

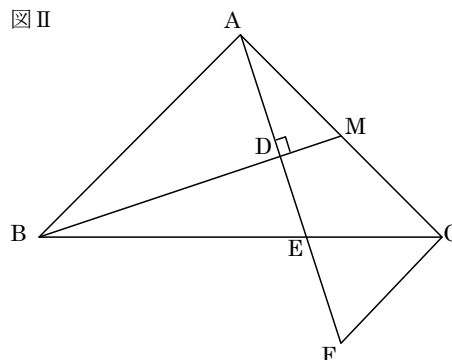
- (3) 図 II のように、図 I の直角二等辺三角形 ABC

の点 A を通り、線分 BM に垂直な直線をひきます。この直線と線分 BM との交点を D 、辺 BC との交点を E とします。

また、この直線と、点 C を通り辺 AB に平行な直線との交点を F とします。

次の①から③の間に答えなさい。

図 II



- ① $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ を証明しなさい。

【証明】(例)

$\triangle ABE$ と $\triangle FCE$ において

対頂角は等しいから

$$\angle AEB = \angle FEC \cdots \text{①}$$

平行線の錯角は等しいから

$$\angle BAE = \angle CFE \cdots \text{②}$$

①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABE \sim \triangle FCE$

- ② 線分 AE の長さを求めなさい。

$\triangle ABM$ と $\triangle CAF$ において

$AB = CA$ (仮定) $\cdots \text{①}$

$\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$ ($AD \perp BM$)

$\angle FAC + \angle BAD = 90^\circ$ ($\angle BAC = 90^\circ$)

したがって、 $\angle ABD = \angle FAC \cdots \text{②}$

同様に $\angle DAB = \angle AMB$

$AB \parallel CF$ より、 $\angle DAB = \angle AFC$ (錯角)

したがって、 $\angle AMB = \angle AFC \cdots \text{③}$

①, ②, ③より、 $\triangle ABM \cong \triangle CAF$

よって、 $AM = CF = 2$

$\triangle ABE \sim \triangle FCE$ より $AE : EF = AB : FC$

$$= 4 : 2 = 2 : 1$$

つまり $AE = \frac{2}{3} AF$ となる。

AF を $\triangle AFC$ で三平方の定理より求めると

$$AF = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AE = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{5} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$$

$\frac{4\sqrt{5}}{3} \text{ cm}$

- ③ $\triangle BED$ の面積を求めなさい。

(3)①の問題より、 $BE : EC = 2 : 1$

$$\triangle ABE = \frac{2}{3} \triangle ABC \cdots \text{①}$$

(3)②の問題より、 $\triangle ADM$ と $\triangle ACF$ は2角が等しいので、相似である。

$$AM : AF = AD : AC$$

$$2 : 2\sqrt{5} = AD : 4$$

$$2\sqrt{5} AD = 8$$

$$AD = \frac{8}{2\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$DE = AE - AD$$

$$= \frac{4\sqrt{5}}{3} - \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{8\sqrt{5}}{15}$$

$$AE : DE = \frac{4\sqrt{5}}{3} : \frac{8\sqrt{5}}{15} = 5 : 2$$

$$\triangle BED = \frac{2}{5} \triangle ABE \cdots \text{②}$$

$$\triangle ABC = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8 \text{ であるから、}$$

①, ②より

$$\triangle BED = \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \times 8$$

$$= \frac{32}{15}$$

$\frac{32}{15} \text{ cm}^2$

- 3 図 I のように, $AB = 4\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$,
 $\angle ABC = 60^\circ$ である平行四辺形 $ABCD$ において,
 $\angle ABC$ の二等分線と辺 AD , 対角線 AC との交点をそれぞれ E , F とします。
 また $\angle DAB$ の二等分線と線分 BE との交点を G とします。

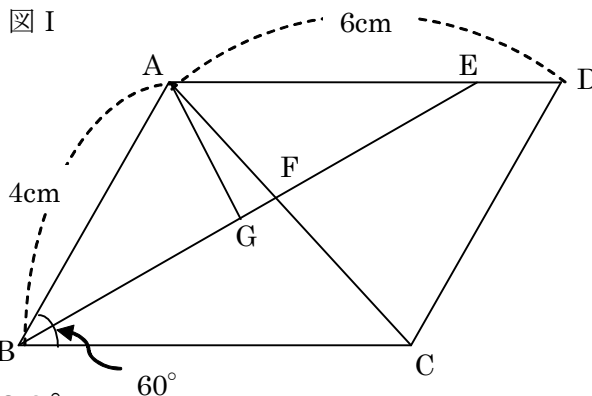
あとの (1) ~ (3) の間に答えなさい。

(H20宮城県入試問題)

- (1) 線分 AE と辺 BC の長さの比を求めなさい。

$\angle ABC$ の二等分線だから $\angle ABE = \angle EBC = 30^\circ$
 $AD \parallel BC$ より錯角は等しいから $\angle EBC = \angle AEB = 30^\circ$
 $\triangle ABE$ は二等辺三角形となり, $AE = AB = 4\text{cm}$
 $AE : BC = 4 : 6 = 2 : 3$

図 I



2 : 3

- (2) 線分 FG の長さを求めなさい。

※最初に EG の長さを求め, 次に EF を求め, その差を求めればよい。
 $\angle ABG = 30^\circ$, $\angle BAG = 60^\circ$ より $\angle AGB = 90^\circ$ となる。
 $\triangle ABG$ の 3 辺の比から, $AB : BG = 2 : \sqrt{3}$ $AB = 4$, $BG = GE$
 より, $GE = 2\sqrt{3}$
 $\triangle AFE \sim \triangle CFE$ であり, 相似比は $AE : CB = 4 : 6 = 2 : 3$
 $BE = 2GE = 4\sqrt{3}$ より, $EF = \frac{2 \times BE}{2+3} = \frac{8\sqrt{3}}{5}$

したがって, $FG = GE - EF$

$$= 2\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{5} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

- (3) 図 II は図 I において, 対角線 AC の
 垂直二等分線と線分 BE との交点を H
 としたものです。線分 FH の長さを求
 めなさい。

対角線 AC の垂直二等分線と対角線 AC との交点を I とする。
 $\angle AFG = \angle HFI$ (対頂角), $\angle AGF = \angle HIF = 90^\circ$

より, $\triangle AFG \sim \triangle HFI$
 $\triangle ABG$ において, 三平方の定理より

$$AG = \sqrt{(AB)^2 - (BG)^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16 - 12} = 2$$

$\triangle AFG$ において, 三平方の定理より

$$FA = \sqrt{(AG)^2 + (FG)^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{5}\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{12}{25}} = \frac{4\sqrt{7}}{5}$$

A から BC に垂線をおろし, 交点を J とする。
 $\triangle ABJ$ は 30° , 60° , 90° の直角三角形より 3 辺の比を使うと,

$$BJ = \frac{1}{2} AB = 2, \quad AJ = \sqrt{3} BJ = 2\sqrt{3}, \quad CJ = BC - BJ = 4$$

$\triangle AJC$ において三平方の定理から

$$AC = \sqrt{(AJ)^2 + (CJ)^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7}$$

対角線 AC の垂直二等分線より, $AI = \frac{1}{2} AC = \sqrt{7}$

$$FI = AI - AF = \sqrt{7} - \frac{4\sqrt{7}}{5} = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

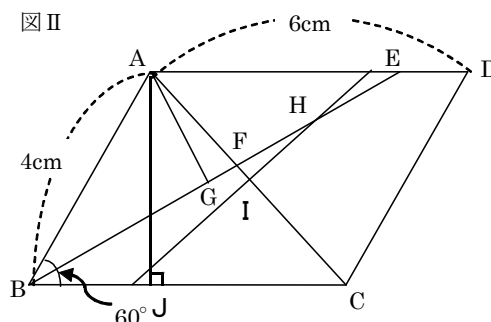
$FH : FA = FI : FG$ より

$$FH : \frac{4\sqrt{7}}{5} = \frac{\sqrt{7}}{5} : \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{5} FH = \frac{28}{25}$$

$$FH = \frac{14\sqrt{3}}{15}$$

図 II



$\frac{14\sqrt{3}}{15} \text{ cm}$

2 4 複合問題 ~三平方の定理・関数~

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

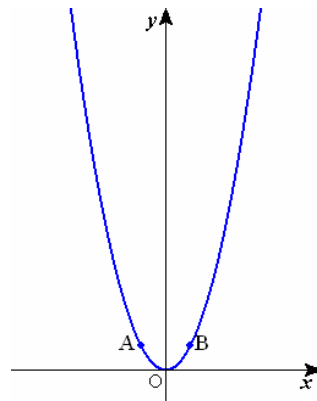
- 1 右の図において、関数 $y = x^2$ のグラフ上に点 A, B があります。A, B の x 座標をそれぞれ $-1, 1$ とするとき、次の (1) ~ (3) の間に答えなさい。

ただし、点 O は原点とします。(H11宮城県入試問題)

- (1) 点 A の座標を求めなさい。

$y = x^2$ に $x = -1$ を代入すると
 $y = (-1)^2 = 1$
 したがって、A($-1, 1$)

($-1, 1$)

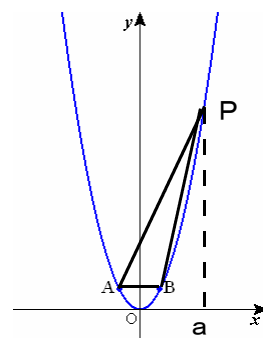


- (2) 関数 $y = x^2$ のグラフ上に点 P をとります。P の x 座標を a とするとき、点 A, B, P を結んでできる $\triangle ABP$ の面積を a を用いて表しなさい。

ただし、 $a > 1$ とします。

点 P の座標は、 $y = x^2$ に $x = a$ を代入すると、
 $y = a^2$ したがって、P(a, a^2)
 $\triangle PAB$ は AB を底辺と見ると
 底辺 = 2, 高さ = $a^2 - 1$ であるから
 面積は、 $2 \times (a^2 - 1) \times \frac{1}{2} = a^2 - 1$

$a^2 - 1$

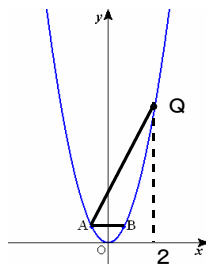


- (3) 関数 $y = x^2$ のグラフ上に点 Q をとります。Q の x 座標を 2 とするとき、次の①, ②の間に答えなさい。

- ① 2 点 A, Q の間の距離を求めなさい。

A($-1, 1$), Q($2, 4$)であるから
 $AQ = \sqrt{\{2 - (-1)\}^2 + (4 - 1)^2}$
 $= \sqrt{9 + 9}$
 $= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}$



- ② 直線 AB 上に点 D をとります。このとき $\angle AQD = 90^\circ$ となるような D の座標を求めなさい。

点 D の座標を ($d, 1$) とする。

$QD = \sqrt{(d - 2)^2 + (4 - 1)^2}$
 $= \sqrt{d^2 - 4d + 13}$

$\angle AQD = 90^\circ$ となるには $\triangle AQD$ が
 直角三角形になるときである。

三平方の定理より、

$$AQ^2 + QD^2 = AD^2$$

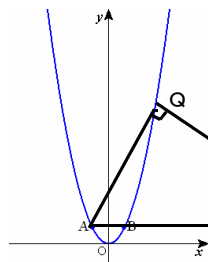
$$(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{d^2 - 4d + 13})^2 = (d + 1)^2$$

$$18 + d^2 - 4d + 13 = d^2 + 2d + 1$$

$$-6d = -30$$

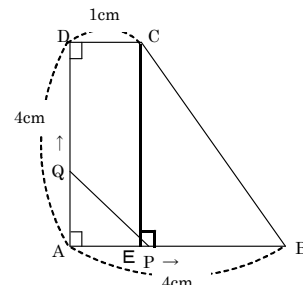
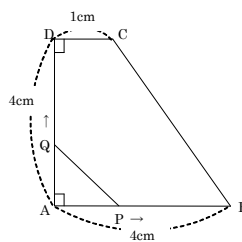
$$d = 5$$

したがって点 D の座標は、D($5, 1$)



($5, 1$)

- 2 右の図のように $AB = AD = 4\text{cm}$, $DC = 1\text{cm}$,
 $\angle A = \angle D = 90^\circ$ の台形 $ABCD$ があります。2つの点 P , Q が点 A を同時に出発し、点 P は辺 AB 上を点 B まで、点 Q は辺 AD , DC , CB 上を点 B まで動くものとします。2つの点 P , Q がともに毎秒 1cm の速さで動くとき、次の (1) (2) の問に答えなさい。



ただし、点 P , Q は点 B についたあと、そのまま止まっているものとします。(H12宮城県入試問題)

- (1) 点 Q が点 B に着くのは、点 A を出発してから何秒後ですか。

図のように点 C から AB に垂線をひき、交点を E とする。
 $\triangle EBC$ は直角三角形より、三平方の定理から BC を求める。

$BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$
したがって、 $AD + DC + CB = 4 + 1 + 5 = 10$
点 Q は毎秒 1cm の速さであるから、10秒後に到着する。

10秒後

- (2) 2つの点 P , Q が点 A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とします。

次の①～④の間に答えなさい。

- ① Q が辺 AD 上を動くとき、 y を x の式で表しなさい。

Q が AD 上にあるとき、 P は AB 上にある。
このとき、 $\triangle APQ$ は底辺 AP 、高さ AQ の直角三角形である。
 $AP = AQ = x$ より

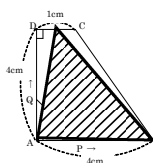
$$y = x \times x \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} x^2$$

$$y = \frac{1}{2} x^2$$

- ② 点 Q が辺 DC 上を動くとき、 y の値を求めなさい。

点 Q が DC 上にあるとき、点 P は B に到着して動かない。
 $\triangle APB$ は底辺 4 (AB)、高さ 4 (AD) の三角形より

$$y = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$



8

- ③ x の変域が $0 \leq x \leq 5$ のときの x と y の関係を表すグラフを書きなさい。

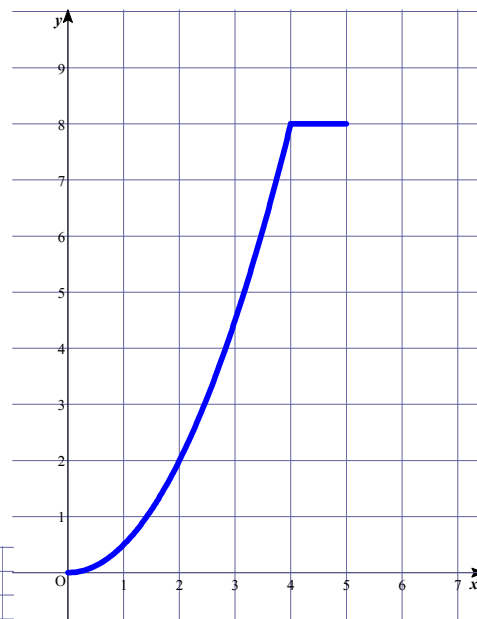
点 Q が AD 上にあるとき、つまり $0 \leq x \leq 4$ のとき

$$y = \frac{1}{2} x^2$$

点 Q が DC 上にあるとき、つまり $4 \leq x \leq 5$ のとき

$$y = 8$$

のグラフをかけばよい。



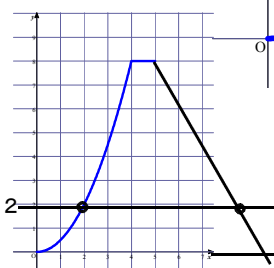
- ④ y の値が 2 となるのは、2つの点 P , Q が点 A を出発してから何秒後と何秒後ですか。

③のグラフに Q が CB 上にあるときの x と y の関係を表すグラフをかき加えると、右のグラフのようになる。
 y が 2 となるのは、2箇所にある。

アの式は、 $y = \frac{1}{2} x^2$ イの式は $(5, 8)$, $(10, 0)$ の

2点を通る直線より、 $y = -\frac{8}{5} x + 16$

それぞれに $y = 2$ を代入すると、 $x = 2$, $x = \frac{35}{4}$



2秒後と $\frac{35}{4}$ 秒後

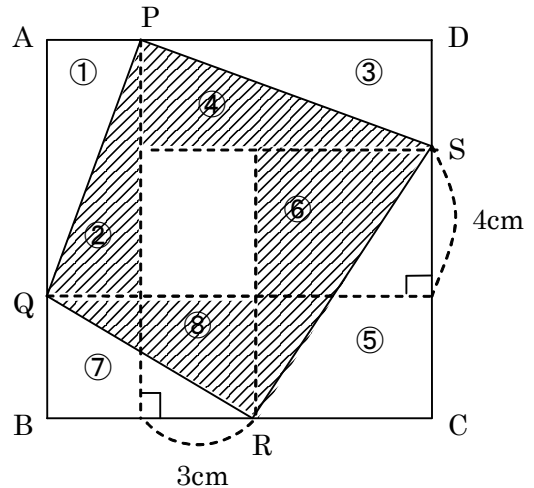
2 5 スペシャル問題

学年

組

氏名

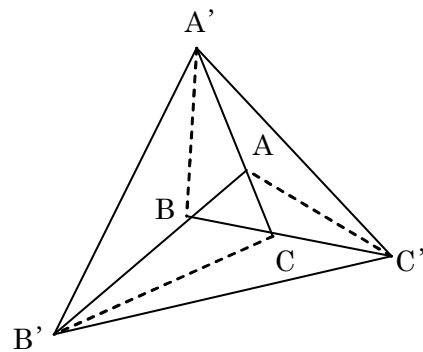
- 1 右の四角形 ABCD は正方形で、1 辺が 10cm です。
このとき、四角形 PQRS の面積を求めなさい。



※右の図のような補助線をひくと、
次の三角形の面積が等しくなる。
①と②，③と④，⑤と⑥，⑦と⑧
このことから、中央の長方形の面積の分だけ、
四角形PQRSの面積が大きい。
したがって、PQRSの面積を $\chi \text{ cm}^2$ とすると
 $(\chi - 12) + \chi = 100$ より
 $2\chi = 112$
 $\chi = 56$

56 cm²

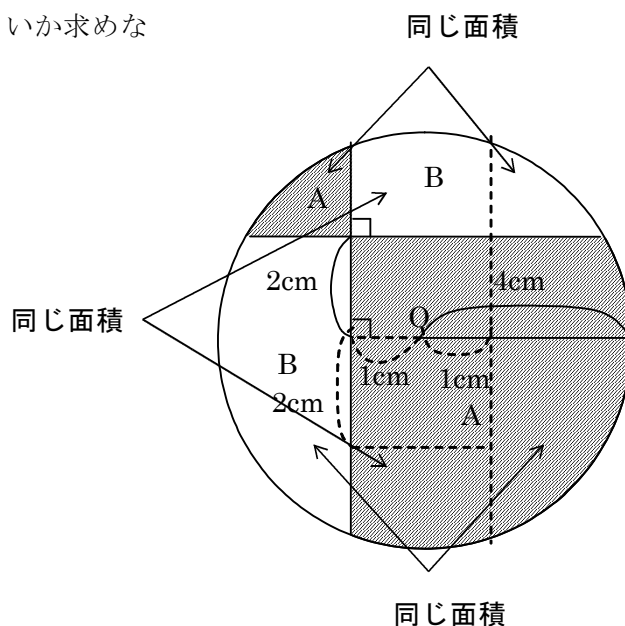
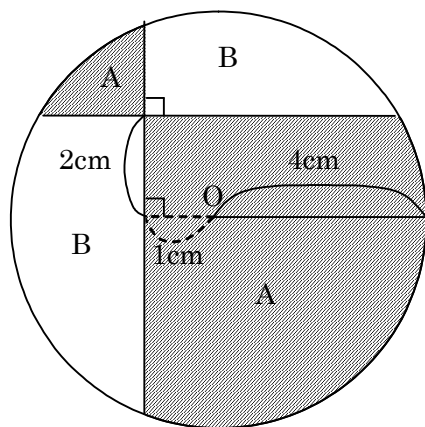
- 2 右の図のように、 $\triangle ABC$ の各辺を一定の方向に
 $AC : A'C = 1 : 3$ ， $BC : BC' = 1 : 2$ ，
 $AB : AB' = 1 : 3$
となるように延長して $\triangle A'B'C'$ をつくる。
このとき、 $\triangle A'B'C'$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の
何倍になるでしょうか。



※右の図のような補助線をひく。
まず、 $\triangle ABC$ と $\triangle ACC'$ の面積比を $BC : BC'$ から求める。
次に $\triangle A'CC'$ で $\triangle A'AC'$ と $\triangle ACC'$ の面積比を $AC : A'C$ より求める。
同様に $\triangle A'B'A$ と $\triangle BB'C'$ で行う。

14 倍

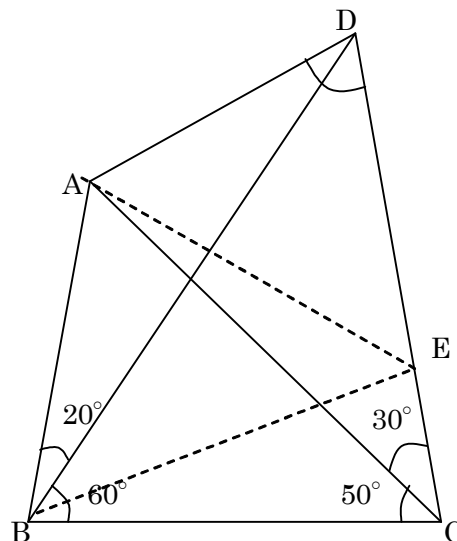
- 3 右の図のように、半径 4cm の円の中で、2本の直線が垂直に交わっています。円の中で、Aの部分の面積と、Bの部分の面積では、どちらがどれだけ大きいか求めなさい。



- ※右の図のような補助線を引く。
 同じ面積の部分を相殺して考える。
 すると、Aの方が縦 4cm 、横 2cm の分だけ大きい。

Aが 8cm^2 大きい

- 4 右の図のような四角形 ABCD で
 $\angle ABC = \angle BCD = 80^\circ$
 $\angle DBC = 60^\circ$
 $\angle BCA = 50^\circ$
 であるとき、 $\angle ADC$ は何度になりますか。

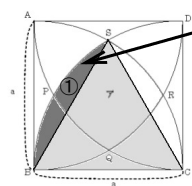


- ※右の図のように、 $BC=BE$ となるような点EをCD上にとる。
 角度を三角形の内角の和、二等辺三角形の底角等を使い、順次求めていく。

$\triangle ABC$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle EDB$ は二等辺三角形、 $\triangle ABE$ は正三角形となる。
 $\triangle EDA$ は頂角Eが 40° の二等辺三角形になるから
 $\angle ADC = (180 - 40) \div 2 = 70$

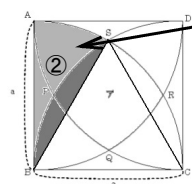
70°

- 5 1 辺の長さが a の正方形 $ABCD$ の各頂点を中心とし、 a を半径とする 4 分の 1 の円を正方形内部にかきます。このとき、アの部分の面積を a を用いて表しなさい。



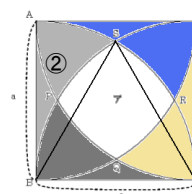
最初にこの部分の面積を求める。
半径 a 、中心角 60° のおうぎ形から、1 辺 a の正三角形の面積をひけばよい。

$$\frac{60}{360} \times \pi \times a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\pi a^2}{6} - \frac{\sqrt{3} a^2}{4} \dots \textcircled{1}$$



次のこの部分の面積を求める。
半径 a 、中心角 30° のおうぎ形から先ほど求めた①の面積をひけばよい。

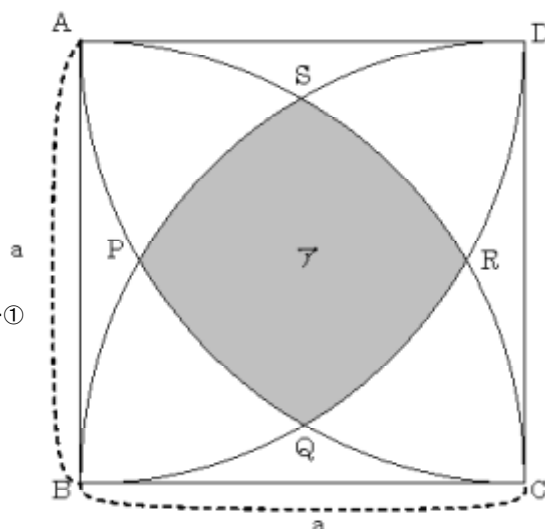
$$\begin{aligned} & \frac{30}{360} \times \pi \times a^2 - \left(\frac{\pi a^2}{6} - \frac{\sqrt{3} a^2}{4} \right) \\ &= \frac{\pi a^2}{12} - \frac{\pi a^2}{6} + \frac{\sqrt{3} a^2}{4} \\ &= \frac{-\pi a^2}{12} + \frac{\sqrt{3} a^2}{4} \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$



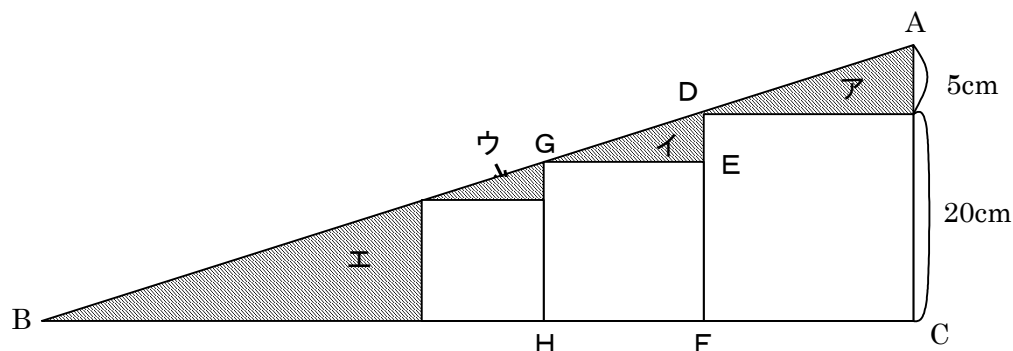
求める面積は、今求めた②の面積 4 つ分を 1 辺 a の正方形からひけばよい。

$$\begin{aligned} a^2 - 4 \times \left(\frac{-\pi a^2}{12} + \frac{\sqrt{3} a^2}{4} \right) &= a^2 + \frac{4\pi a^2}{12} - \sqrt{3} a^2 \\ &= \left(1 + \frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \right) a^2 \end{aligned}$$

$$\left(1 + \frac{1}{3} \pi - \sqrt{3} \right) a^2$$



- 6 直角三角形 ABC の中に、3 つの正方形が下の図のように入っている。残りの斜線部分の面積を求めなさい。



ア、イ、ウ、エの直角三角形はすべて相似。
アの直角三角形の縦と横の比は、 $5 : 20 = 1 : 4$
イの直角三角形でも $DE : GE = 1 : 4 \dots \textcircled{1}$
ところが、四角形 $GHFE$ は正方形より、 $GE = EF \dots \textcircled{2}$
①と②より $DE : EF = 1 : 4$ となり、

$$EF = \frac{4}{5} \times 20 = 16$$

$$\text{同様に一番小さい正方形の1辺も } \frac{4}{5} \times 16 = \frac{64}{5}$$

$$\text{エの直角三角形の横は、} \frac{64}{5} \times 4 = \frac{256}{5}$$

したがって、求める面積は、大きな直角三角形から大中小3つの正方形の面積をひけばよい。

$$\begin{aligned} & 25 \times \left(20 + 16 + \frac{64}{5} + \frac{256}{5} \right) \\ & - 20^2 - 16^2 - \left(\frac{64}{5} \right)^2 \\ &= \frac{10754}{25} \end{aligned}$$

$$\frac{10754}{25} \text{ cm}^2$$