

1 1 関数 $y = a x^2$ ② ～関数 $y = a x^2$ の値の変化～

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 関数 $y = a x^2$ について、次のそれぞれの場合の a の値を求めなさい。

(1) x の値が3から5まで増加するときの変化の割合が -2 である。

$$x=3 \text{ のとき, } y=a \times 3^2=9a$$

$$x=5 \text{ のとき, } y=a \times 5^2=25a$$

$$\text{したがって, 変化の割合は, } \frac{25a-9a}{5-3} = \frac{16a}{2} = 8a$$

$$8a = -2$$

$$a = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

変化の割合が -2 であることから

(2) x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 6$ である。

x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の最小値が0ということから $y = a x^2$ の a は正であることが分かる。

グラフは y 軸について線対称なので、 x の絶対値が大きいほど y の値は大きくなる。

したがって、 $x=3$ のとき、 y は最大値6をとることが分かる。

$$6 = a \times 3^2 \text{ より } a = \frac{2}{3}$$

$$a = \frac{2}{3}$$

(3) x の値が2から4まで増加するときの変化の割合が、 $y = 2x + 1$ の変化の割合と等しい。

$y = 2x + 1$ の変化の割合は2

$$x=2 \text{ のとき, } y=a \times 2^2=4a$$

$$x=4 \text{ のとき, } y=a \times 4^2=16a$$

$$\text{変化の割合は, } \frac{16a-4a}{4-2} = 6a. \quad 6a = 2 \text{ となるので}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

2 関数 $y = \frac{1}{2} x^2$ について、 x の値が m から $m+6$ まで増加するときの変化の割合が5のとき、 m の値を求めなさい。

$$x=m \text{ のとき, } y = \frac{1}{2} m^2$$

$$x=m+6 \text{ のとき, } y = \frac{1}{2} (m+6)^2$$

$$\text{したがって 変化の割合は, } \frac{\frac{1}{2} (m+6)^2 - \frac{1}{2} m^2}{(m+6) - m}$$

$$= \frac{(m+6)^2 - m^2}{12} = \frac{12m + 36}{12} = m + 3$$

変化の割合が5であることから

$$m + 3 = 5$$

$$m = 2$$

$$m = 2$$

3 右の図のように、関数 $y = a x^2$ のグラフ上に、 x 座標がそれぞれ2、6となる2点A、Bをとります。直線ABの傾きが4のとき、 a の値を求めなさい。

$$x=2 \text{ のとき, } y=a \times 2^2=4a$$

$$x=6 \text{ のとき, } y=a \times 6^2=36a$$

したがって直線の傾きは

$$\frac{36a-4a}{6-2} = \frac{32a}{4} = 8a$$

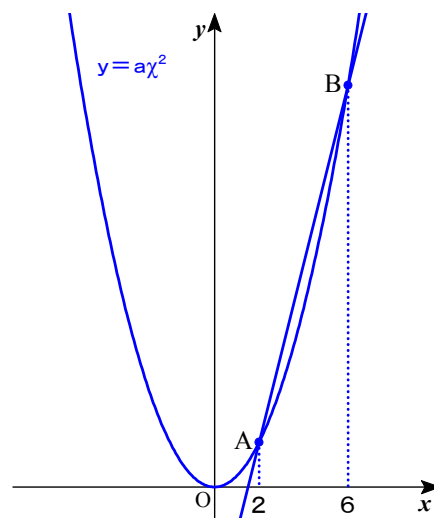
(H19宮城県入試問題)

傾きが4であることから

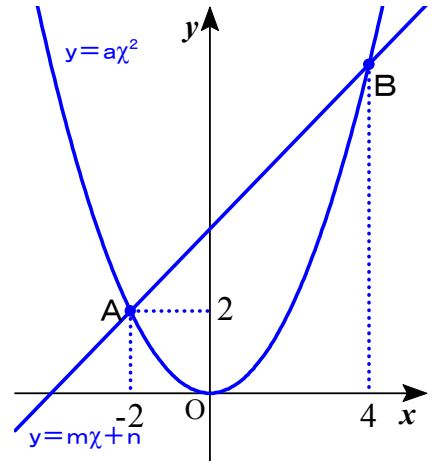
$$8a = 4$$

$$a = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2}$$



- 3 右の図のように、関数 $y = a x^2$ のグラフと直線 $y = m x + n$ が、2点A, Bで交わっています。点A $(-2, 2)$ 、点Bの x 座標は4です。次の問に答えなさい。



- (1) a の値を求めなさい。

点A $(-2, 2)$ は $y = a x^2$ 上の点であるから、
 $x = -2$, $y = 2$ を代入すると、

$$\begin{aligned} 2 &= a \times (-2)^2 \\ 2 &= 4a \\ 4a &= 2 \\ a &= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}$$

- (2) 関数 $y = a x^2$ で、変域 $-2 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域を求めなさい。

(1)よりグラフの式は、 $y = \frac{1}{2} x^2$

したがって、 y の変域は

$$0 \leq y \leq 8$$

$$x = -2 \text{ のとき, } y = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$$

$$x = 4 \text{ のとき, } y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$$

$$x = 0 \text{ のとき, } y = 0$$

$$0 \leq y \leq 8$$

- (3) m , n を求めなさい。

(1), (2)より点A, Bの座標は、

点A $(-2, 2)$

点B $(4, 8)$

この2点を通る直線の式を求めればよい。

$y = m x + n$ に代入し、連立方程式を解くと、

$$\begin{cases} 2 = -2m + n \cdots \text{①} \\ 8 = 4m + n \cdots \text{②} \end{cases}$$

①-②より

$$\begin{aligned} -6 &= -6m \\ m &= 1 \cdots \text{③} \end{aligned}$$

③を①に代入

$$\begin{aligned} 2 &= -2 \times 1 + n \\ -n &= -2 - 2 \\ -n &= -4 \\ n &= 4 \end{aligned}$$

$$m = 1, n = 4$$

- (4) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

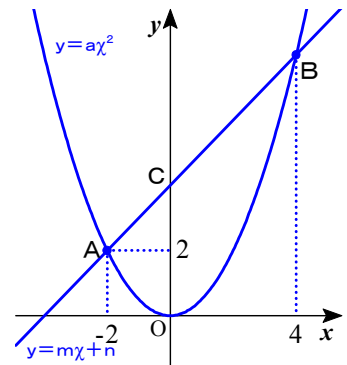
直線 $y = x + 4$ と y 軸との交点をC $(0, 4)$ とする。

$\triangle AOB$ の面積を図①($\triangle AOC$)と図②($\triangle BOC$) に分けて求める。

$$\text{① } \triangle AOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

$$\text{② } \triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$$\text{したがって, } \triangle AOB = 4 + 8 = 12$$



$$12$$