

1 2 スペシャル問題

学年		組		氏名	
----	--	---	--	----	--

1 aを一の位の数字が0でない2けたの自然数とし、aの十の位の数字を x 、一の位の数字を y とします。bをaの十の位の数字と一の位の数字を入れかえた2けたの自然数とします。次の(1)、(2)の間に答えなさい。 〔H20宮城県入試問題〕

(1) $10a - b$ は9の倍数になります。そのわけを、文字式を使って説明しなさい。

【例】 aは $10x + y$ 、bは $10y + x$ と表されるから、

$$\begin{aligned}
 10a - b &= 10(10x + y) - (10y + x) \\
 &= 100x + 10y - 10y - x \\
 &= 99x \\
 &= 9 \times 11x
 \end{aligned}$$

11xは整数だから、 $9 \times 11x$ は9の倍数である。
したがって、 $10a - b$ は9の倍数になる。

(2) $10a - b = 792$ が成り立つaの値のうち、もっとも大きい値を求めなさい。

$a = 10x + y$ 、 $b = 10y + x$ とする。
 $10a - b = 10(10x + y) - (10y + x)$
 $= 100x + 10y - 10y - x$
 $= 99x$
 この値が792になるから $99x = 792$
 $x = 8$
 x はaの十の位の数字であり、最も大きい数になるにはbが9のときである。したがって89である。

89

2 縦に3行、横に何列も並んだます目があります。下の図のように、1, 2, 3, ……の自然数を順番に、奇数列のます目には第1行から第3行まで、偶数列のます目には第2行にだけ書いていき、表を作ります。なお、下の図は第11列以降を省略してあり、また、・は数字を省略して表したものです。

〔H14宮城県入試問題〕

図

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列	第6列	第7列	第8列	第9列	第10列
第1行	1	■	5	■	9	■	13	■	・	■
第2行	2	4	6	8	10	12	14	・	・	・
第3行	3	■	7	■	11	■	・	■	・	■

この表の一部分を、ちょうど縦3行横3列が入るように囲み、それを**わく**ということにします。たとえば、真ん中の列が第3列である**わく**は、例1の太線で囲まれた部分です。

また、真ん中の列が第4列である**わく**は、例2の太線で囲まれた部分です。

例1

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列	第6列
第1行	1	4	5	6	9	12
第2行	2	4	6	8	10	12
第3行	3	4	7	8	11	12

例2

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列	第6列
第1行	1	4	5	6	9	12
第2行	2	4	6	8	10	12
第3行	3	4	7	8	11	12

次の(1)～(4)の間に答えなさい。

(1) **わく**の真ん中の列が第7列のとき、**わく**の中にあるすべての数の和を求めなさい。

	13	
12	14	16
	15	

※左の図のようになる。すべての数を足せばよい。

70

(2) 第n列の第2行の数を、nを用いて表しなさい。

2n

(3) **わく**の真ん中の列が第n列のとき、**わく**の中にあるすべての数の和を、nが奇数の場合と、nが偶数の場合に分けて考え、それぞれnを用いて表しなさい。ただし、nは2以上とします。

※左の図のようになる。すべてを足せばよい。

	$2n-1$	
$2n-2$	$2n$	$2n+2$
	$2n+1$	

nが奇数の場合

10n

$2n-3$		$2n+1$
$2n-2$	$2n$	$2n+2$
$2n-1$		$2n+3$

nが偶数の場合

14n

(4) **わく**の中にあるすべての数の和が1400のとき、**わく**の真ん中の列は第何列になりますか。

もし、nが奇数とすれば、 $10n = 1400$
 $n = 140$
 nは奇数とした仮定に矛盾する。

もし、nが偶数とすれば、 $14n = 1400$
 $n = 100$
 nが偶数とした仮定に矛盾しない。
 したがって第100列である。

第100列