

### 問題 3

大きさの異なる4つの整数があり、一番大きい数は偶数だと分かっています。その中から2つずつの数を取り出して和をつくったところ、6, 9, 13, 15, 19, 22 の6つをつくることができました。

4つの整数をすべて求めなさい。

4つの整数を小さい順に、A, B, C, Dとします。

2つずつの数を取り出して和をつくるので、下の6つの計算パターンになります。

$$A + B$$

$$A + C$$

$$A + D$$

$$B + C$$

$$B + D$$

$$C + D$$

この和の中で、最小の値はA+B, 最大の値はC+D なので

$$A + B = 6$$

$$C + D = 22 \quad \text{ということが分かります。}$$

さらに問題の条件から、一番大きい数は偶数と分かっているので Dが偶数 と分かります。

すると、 $C + D = 22$  で偶数になっているので Cも偶数 であることが分かります。

次に  $A + B = 6$  であることから、A, Bは、(1, 5)か(2, 4)です。

もし、ともに偶数の(2, 4)だとすると、4つの整数全てが偶数となり、和が奇数になることはありません。

したがって、AとBはともに奇数だということになり、A=1, B=5 であることが分かります。

Cは6以上ということになるので、Cが6以上で $C + D = 22$ を満たす(C, D)の組合せは、(6, 16), (8, 14), (10, 12)の3通り。

この中で、2数の和が、6, 9, 13, 15, 19, 22 となるのは、(C, D) = (8, 14)。

したがって、4つの数は **1, 5, 8, 14**